

Disponible sur *mathweb.fr*

**131 exercices de
mathématiques pour
2nde générale**

Stéphane PASQUET

3 juin 2018

Sommaire

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>



I	Algorithmique	1
I.1	Programme de calculs	1
I.2	Une suite de nombres	2
I.3	Primalité d'un nombre	3
I.4	Laboratoire pharmaceutique	4
I.5	Le site marchand	5
I.6	Avec une fonction	5
I.7	Interprétation d'un algorithme	6
I.8	Complétion d'un algorithme	6
I.9	Écrire un algorithme	7
I.10	Comprendre un algorithme	7
I.11	Écrire un algorithme	8
I.12	Avec une fonction	8
I.13	Avec une suite de nombres	9
I.14	Écrire un programme Python	9
I.15	Écrire un programme Python	9
II	Repérage	19
II.1	Lecture de coordonnées de points	19
II.2	Milieu d'un segment	20
II.3	Lecture de coordonnées	20
II.4	Milieu d'un segment	21
II.5	Calcul de longueurs	21
II.6	Un premier bilan	21
II.7	Exercice de recherche	22
II.8	Trouver un point	22
II.9	Lire des coordonnées	22
II.10	Lire des coordonnées dans un parallélogramme	23
III	Développements	34
III.1	Double distributivité	34
III.2	Identités remarquables	34
III.3	Florilège de développements	34

IV	Factorisations	37
IV.1	Avec facteur commun évident	37
IV.2	En faisant apparaître le facteur commun	37
IV.3	À l'aide d'une identité remarquable	37
IV.4	À l'aide de la troisième identité remarquable	38
IV.5	À l'aide des identités remarquables	38
IV.6	À l'aide d'une identité remarquable	38
IV.7	Calculs astucieux	38
V	Équations & inéquations	45
V.1	Équations diverses	45
V.2	Équations avec carrés	45
V.3	Dans un triangle équilatéral	46
V.4	Équations avec racines carrées	46
V.5	Résolution graphique	46
V.6	Inéquations diverses	46
V.7	Dans le jardin	48
VI	Fonctions : généralités	64
VI.1	Reconnaître la courbe représentative d'une fonction	64
VI.2	Tableau de valeurs à la calculatrice	65
VI.3	Appartenance de points à une courbe	65
VI.4	Images et antécédents	65
VI.5	Construction d'un tableau de variations	66
VI.6	Construction d'un tableau de variations avec valeur interdite	66
VI.7	Lecture d'un tableau de variations	67
VI.8	Résolution graphique d'équations et d'inéquations	68
VI.9	Résolution graphique d'équations et d'inéquations	68
VI.10	Déduction par lecture graphique	69
VI.11	Établir une expression d'une fonction	70
VI.12	Triangle équilatéral	71
VII	Équation de droites	82
VII.1	À partir d'un graphique	82
VII.2	À partir des coordonnées de points	82
VII.3	Appartenance de points à une droite	82
VII.4	Intersection de deux droites – Vecteur directeur	83
VII.5	Une histoire d'aire	83
VII.6	Les taxis	84
VIII	Systèmes linéaires	89
VIII.1	Quelques systèmes pêle-mêle	89
VIII.2	Avec des coefficients radicaux	89
VIII.3	Avec des coefficients fractionnaires	89
VIII.4	Avec changement de variables	90
VIII.5	Trouver le point d'intersection d'une droite	90
VIII.6	Trouver l'expression d'une fonction affine	90
VIII.7	Concurrence de droites	90
VIII.8	Écrire un algorithme	90
VIII.9	Les chocolats	91
VIII.10	Mandarines et clémentines	91

VIII.11	L'âge de Fido (problème de Sam Loyd)	91
VIII.12	Le problème du marché (problème de Sam Loyd)	91
IX	Fonctions du second degré	105
IX.1	Forme canonique & factorisation	105
IX.2	Sens de variation	105
IX.3	Aire d'un triangle dans un triangle équilatéral	105
X	Trigonométrie	112
X.1	Valeurs remarquables	112
X.2	Conversions	112
X.3	Placer des points sur le cercle trigonométrique	112
X.4	Déduire un cosinus à partir d'un sinus	113
X.5	Raisonnement	113
X.6	Placer des points sur le cercle trigonométrique	113
X.7	Simplification	113
X.8	Équation trigonométrique	113
XI	Vecteurs	120
XI.1	Placement de points	120
XI.2	Égalités de vecteurs	120
XI.3	Relation de Chasles	120
XI.4	Placement de points & alignement de points	121
XI.5	Exprimer un vecteur en fonction d'un autre	121
XI.6	Construction de points, égalité vectorielle	121
XI.7	Dans un repère, trouver des coordonnées	121
XI.8	Alignement de points & nature d'un triangle	122
XI.9	Distance & milieu	122
XI.10	Alignement de points	122
XI.11	Milieu, centre de gravité, points alignés	122
XI.12	À la recherche d'un nombre	123
XI.13	Alignement de points	123
XI.14	Alignement de points avec un triangle isocèle	123
XI.15	Exercice récapitulatif	124
XI.16	Triangles équilatéraux et points alignés	124
XI.17	Prendre des initiatives	125
XII	Géométrie dans l'espace	139
XII.1	Tétraèdre & parallélogramme	139
XII.2	Cube & section	139
XII.3	Parallélépipède, distance & volume	140
XII.4	Cube, distance, volume & aire	140
XII.5	Droites & plans parallèles et sécants	141
XII.6	Cube et angle au centre	141
XII.7	Pyramide et intersection	142
XII.8	Construction d'un cube et d'une pyramide	143

XIII Statistiques	150
XIII.1 Caractères discrets : moyenne, e.c.c. et médiane	150
XIII.2 Moyenne, e.c.c. & médiane avec classes	150
XIII.3 Calcul d'effectifs, diagramme en barres	151
XIII.4 Calculs avec classes	151
XIII.5 Salaires dans une entreprise	151
XIV Probabilités	158
XIV.1 QCM	158
XIV.2 Lancer de deux dés équilibrés	158
XIV.3 Réunion et intersection	159
XIV.4 Avec un dé portant des lettres	159
XIV.5 Dans un magasin	159
XIV.6 Dans un sac	160
XIV.7 Changement d'univers	160
XIV.8 Le digicode	161
XIV.9 Chez les profs de math	161
XV Fluctuations et échantillonnage	169
XV.1 Le dé d'Al	169
XV.2 Le Dédale	169
XV.3 Influence de la taille d'un échantillon	169
XV.4 Fourchette de sondage	170
XV.5 Taux de réussite au bac	170
XV.6 Recherche de la taille d'un échantillon	170
XV.7 Inspiré par les comics Marvel (d'après SESAMATH 2014)	170
XV.8 Taux de passage en Premières S et ES	170
XV.9 Effet placebo	171

Règles de navigation

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

3 juin 2018

Bonjour.

J'ai souhaité créer ici un document dans lequel il est facile de naviguer. C'est la raison pour laquelle :

- à chaque énoncé d'exercices, vous pouvez cliquer sur le numéro de la page où se trouve le corrigé pour vous y rendre directement ; si celui-ci est suivi du symbole « ✌ », cela signifie que l'exercice et son corrigé ont fait l'objet d'une relecture approfondie afin de minimiser le risque d'erreurs ;
- à tout moment, vous pouvez retourner au sommaire en cliquant sur le petit carré ■ qui se trouve devant chaque titre.

Malgré la vigilance apportée récemment à ce document, il se peut que quelques erreurs soient restées dans les énoncés ou corrections ; si vous avez un doute, n'hésitez pas à me contacter via le formulaire qui se trouve sur mon site (<http://www.mathweb.fr>) afin d'aboutir à un document tendant vers la perfection...

Je vous remercie par avance et vous souhaite un bon travail !

Stéphane Pasquet

Algorithmique

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

- A Exercices d'application du cours
- R Exercices de réflexion
- ✌ Exercice & corrigé relus avec attention pour éviter les erreurs

3 juin 2018

Traduire des programmes Scratch en algorithmes

■ Exercice 1. Programme de calculs

★★★★★ R

Corrigé page 10 ✌

On considère le programme Scratch suivant :



Parmi les algorithmes suivants, lequel représente ce programme ?

Algorithme 1

Entrées

x est un nombre
y est un nombre

Traitement

Demander la valeur de x
Affecter à y la valeur $3x-12/4$

Sortie

Afficher y

5 Nous allons utiliser ici la méthode par substitution.

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} -3x + 3y = 14 \\ x - 2y = 4 \end{cases} &\iff \begin{cases} -3x + 3y = 14 \\ x = 4 + 2y \end{cases} \\
 &\iff \begin{cases} -3(4 + 2y) + 3y = 14 \\ x = 4 + 2y \end{cases} \\
 &\iff \begin{cases} -12 - 6y + 3y = 14 \\ x = 4 + 2y \end{cases} \\
 &\iff \begin{cases} -3y = 26 \\ x = 4 + 2y \end{cases} \\
 &\iff \begin{cases} y = -\frac{26}{3} \\ x = 4 + 2 \times \left(-\frac{26}{3}\right) = \frac{12-52}{3} = -\frac{40}{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

L'ensemble solution est donc $S = \left\{ \left(-\frac{40}{3}; -\frac{26}{3} \right) \right\}$.

6 On va utiliser la méthode par addition (méthode par combinaison linéaire).

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} 3x - 2y = 5 & L_1 \\ 4x + 7y = 4 & L_2 \end{cases} &\iff \begin{cases} -29y = 8 & L_1 \leftarrow 4L_1 - 3L_2 \\ 29x = 43 & L_2 \leftarrow 7L_1 + 2L_2 \end{cases} \\
 &\iff \begin{cases} y = -\frac{8}{29} \\ x = \frac{43}{29} \end{cases}
 \end{aligned}$$

L'ensemble solution est donc $S = \left\{ \left(\frac{43}{29}; -\frac{8}{29} \right) \right\}$.

7 Nous avons le système suivant : $\begin{cases} 4x - 2y = 8 & L_1 \\ -2x + y = -4 & L_2 \end{cases}$.

On remarque que $-2L_2$ donne : $4x - 2y = 8$, soit L_1 . Ainsi, $L_1 \iff L_2$. Le système est donc composé d'une unique équation : $y = 2x - 4$ (si on prend L_2). Il admet donc une infinité de solutions :

$$S = \{(x, 2x - 4), x \in \mathbb{R}\}$$

8 Nous avons le système suivant : $\begin{cases} \frac{3}{2}x + 3y = 7 & L_1 \\ 3x + 6y = 14 & L_2 \end{cases}$.

On remarque que $2L_1 \iff L_2$ donc le système est composé d'une unique équation : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{3}$ donc il admet une infinité de solutions :

$$S = \left\{ \left(x; -\frac{1}{2}x + \frac{7}{3} \right) \right\}$$

■ Corrigé de l'exercice 1.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

Angles (en degrés)	0	30	45	60	90	180
Angles (en radians)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
Cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
Sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

■ Corrigé de l'exercice 2.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

- 1 Convertir $\frac{2\pi}{5}$ radians en degrés.

Pour convertir de radians à degrés, on multiplie par $\frac{180}{\pi}$.

$$\frac{2\pi}{5} \times \frac{180}{\pi} = \frac{360\pi}{5\pi} = 72^\circ.$$

Ainsi, $\frac{2\pi}{5}$ radians = 72° .

- 2 Convertir 130° en radians.

Pour convertir de degrés à radians, on multiplie par $\frac{\pi}{180}$.

$$130 \times \frac{\pi}{180} = \frac{130\pi}{180} = \frac{13\pi}{18}.$$

Ainsi, $130^\circ = \frac{13\pi}{18}$ radians.

3 Le volume du tétraèdre peut aussi se calculer à l'aide de la formule suivante :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{IJK} \times AH$$

Donc :

$$\frac{1}{6}x^3 = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{4}x^2 \times AH$$

D'où :

$$\frac{1}{6}x^3 = \frac{\sqrt{6}}{12}x^2 \times AH$$

Donc :

$$AH = \frac{1}{6}x^3 \times \frac{12}{x^2\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}}x$$

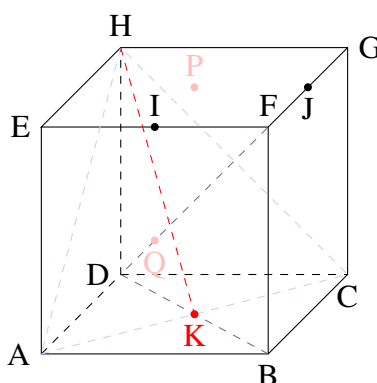
Soit :

$$AH = \frac{\sqrt{6}}{3}x$$

■ Corrigé de l'exercice 5.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

- 1
 - a. Les arêtes qui sont parallèles à (AB) sont : (DC), (EF), (GH), (EH), (FG), (DH) et (GC).
 - b. Les arêtes qui coupent (AB) sont : (AD), (BC), (FB) et (EA).
 - c. Les arêtes qui ne sont pas coplanaires avec (AB) sont : (EA), (CG), (DH), (FB), (EF), (FG), (HG) et (EH).
- 2
 - a. Les faces du cube qui sont parallèles à (AB) sont : (EFGH) et (DCGH).
 - b. Les faces du cube qui coupent (AB) sont : (BCGF), (ADHE), (ABEF) et (ABCD)
- 3
 - a. La face du cube qui est parallèle à (ABCD) sont : (EFGH).
 - b. Les faces du cube qui coupent (ABCD) sont : (ABFE), (DCGH), (BCGF) et (ADHE).
- 4 Les points I, J et F sont coplanaires puisque appartenant au plan (EFG). Or, D n'appartient pas à ce plan, donc (DF) non plus. Ainsi, (IJ) et (DF) ne sont pas coplanaires.
- 5 La figure est la suivante :



H appartient au plan (DFB) et au plan (ACH). Il en est de même pour l'intersection des droites (AC) et (DB), que nous nommerons K.

Ainsi, la droite d'intersection des plans (DFB) et (ACH) est la droite (HK).

■ Exercice 3. Calcul d'effectifs, diagramme en barres

★★★★☆ A

Corrigé page 155

Voici les températures moyennes du mois de mars 2006 à Larribar-Sorhapuru :

6.2 - 8.2 - 12 - 15 - 6.3 - 5.6 - 7.5 - 12.1 - 10.9 - 7.9 - 8.6 - 9 - 10 - 14.1 - 11.6 - 10.3 - 10.2 - 11.9 -
12.5 - 13.2 - 12.6 - 11.2 - 12.7 - 16.6 - 17.3 - 19.8 - 18.6 - 13.5 - 15.2 - 18.5 - 17.8

- 1 Calculer les effectifs des classes $[5; 8[$, $[8; 11[$, $[11; 14[$, $[14; 17[$ et $[17; 20]$.
- 2 Représenter ces classes par un diagramme en barres.

■ Exercice 4. Calculs avec classes

★★★★☆ A

Corrigé page 155

On considère la série statistique suivante :

Classes	$[0; 3[$	$[3; 6[$	$[6; 12[$	$[12; 20[$	$[20; 25]$
Effectifs	10	15	10	20	25

- 1 Représenter cette série statistique par un histogramme.
- 2 Calculer les effectifs cumulés croissants et les représenter graphiquement. En déduire une valeur approchée de la médiane de la série statistique.
- 3 En assimilant chaque classe à son centre, calculer une valeur approchée de la moyenne de la série statistique.

■ Exercice 5. Salaires dans une entreprise

★★★★☆ A

Corrigé page 156

Dans une entreprise, on relève les salaires des personnes y travaillant et on reporte les résultats dans un tableau :

Salaires (en €)	$]1\ 250; 1\ 350]$	$]1\ 350; 1\ 450]$	$]1\ 450; 1\ 650]$	$]1\ 650; 1\ 750]$	$]1\ 750; 1\ 950]$	$]1\ 950; 2\ 150]$	$]2\ 150; 2\ 550]$	$]2\ 550; 3\ 550]$
Effectifs	32	28	17	35	12	15	10	5
E.c.c.								
Fréquences (%)								

- 1 Déterminer la classe modale et l'étendue de cette série statistique.
- 2 Compléter le tableau précédent. On arrondira les fréquences au centième.
- 3 Construire l'histogramme de cette série.
- 4 Construire le polygone des effectifs cumulés croissants.
- 5 Donner la valeur de la médiane m_e et déterminer graphiquement une valeur approchée des premier et troisième quartiles Q_1 et Q_3 .
- 6 Calculer la moyenne \bar{x} de cette série statistique. On donnera une valeur approchée à l'unité.