

Disponible sur *mathweb.fr*

130 exercices
de mathématiques
pour 1^{re}S

Stéphane PASQUET

3 juin 2018

Sommaire

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

3 juin 2018

I	Le second degré	1
I.1	Calcul de discriminant et de racines	1
I.2	Équation avec une racine carrée	1
I.3	Avec changement de variables	1
I.4	Changements de variables	2
I.5	Résolution d'inéquations	2
I.6	Une inéquation	2
I.7	Polynôme de degré 3	3
I.8	Polynôme de degré 4	3
I.9	Trouver un trinôme à partir d'une parabole	3
I.10	Trouver la bonne courbe	4
I.11	Conditions sur deux paramètres	4
I.12	Trinôme avec un paramètre	4
I.13	Une équation avec paramètre	5
I.14	En Physique	5
I.15	À Noël	6
I.16	Aire d'une couronne rectangulaire	6
I.17	Trouver deux nombres	6
I.18	La trajectoire de la balle de tennis	6
I.19	Vers le nombre d'or	7
I.20	Exploiter ses connaissances	7
I.21	Une autre écriture pour une racine carrée	7
I.22	Exercice de recherche	7
II	Généralités sur les fonctions	29
II.1	Trouver le domaine de définition	29
II.2	Fonctions paires, fonctions impaires	29
II.3	Lecture de tableaux de variation	29
II.4	Lectures graphiques	30
II.5	Décompositions en fonctions de référence	31
II.6	Fonctions associées : domaine de définition et variations (1)	31
II.7	Fonctions associées : domaine de définition et variations (2)	31
II.8	Étude d'une fonction avec valeurs absolues	32
II.9	Calculs avec valeurs absolues	32
II.10	Valeur absolue d'un polynôme de degré 2	32
II.11	Inéquations avec valeurs absolues	33
II.12	Équations avec valeurs absolues	33
II.13	Ensemble de points	33

III Suites	51
III.1 Sens de variation	51
III.2 Sens de variation, majorant et minorant	51
III.3 Sens de variation d'une suite définie par récurrence	51
III.4 Sens de variation d'une suite avec racines carrées	52
III.5 Somme des premiers termes d'une suite arithmétique	52
III.6 Somme des premiers termes d'une suite géométrique	52
III.7 Dénombrement	52
III.8 Reconnaître une suite arithmétique et géométrique	53
III.9 Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique, le retour	53
III.10 Établir une relation de récurrence	53
III.11 Trouver un terme ou la raison dans une suite arithmétique	54
III.12 Trouver un terme ou la raison d'une suite géométrique	54
III.13 Le super-héros	55
III.14 Compilation d'exercices	55
III.15 Étude d'une suite arithmético-géométrique avec algorithme	56
III.16 Le débit de l'eau, le débit de lait	57
III.17 Somme des premiers termes d'une suite arithmético-géométrique	58
III.18 Suite homographique et suite géométrique, avec un algorithme	58
III.19 Suite homographique et suite arithmétique	59
III.20 Suites imbriquées	59
III.21 Suites imbriquées	60
IV Dérivation	85
IV.1 Nombre dérivé & équation de tangentes	85
IV.2 Lecture graphique de nombres dérivés	85
IV.3 Détermination d'une fonction par lecture graphique	86
IV.4 Détermination d'une fonction par lecture graphique	87
IV.5 Deux courbes	87
IV.6 Dérivées de référence	88
IV.7 Dérivées de fonctions produits et quotient	88
IV.8 Variations de fonctions produits	88
IV.9 Sens de variation de fonctions quotients	88
IV.10 Étude complète de la fonction $x \mapsto \frac{x\sqrt{x}}{x^2+1}$	89
IV.11 Optimisation d'une aire dans un triangle rectangle	89
IV.12 Optimisation du volume d'une boîte	89
IV.13 Optimisation d'une aire dans une parabole	90
IV.14 Optimisation de la surface d'une casserole	91
IV.15 Optimisation du volume d'un cône	91
V Trigonométrie	111
V.1 Mesure principale	111
V.2 Calculs de mesures principales d'angles	111
V.3 Trouver des angles	112
V.4 Lecture d'angles sur le cercle trigonométrique	112
V.5 Résolution d'équations trigonométriques	113
V.6 Transformation d'une équation	113
V.7 Équations avec changement de variable	113
V.8 À la découverte d'un sinus et d'un cosinus inconnu	114
V.9 Un calcul simple	114

V.10	Avec des carrés	114
V.11	Avec des carrés (le retour)	114
V.12	Simplifications	114
VI	Géométrie plane	128
VI.1	Vecteurs colinéaires dans un repère	128
VI.2	Vecteurs avec paramètre	128
VI.3	Alignement de points	128
VI.4	Dans un parallélogramme	129
VI.5	Équations cartésiennes de droites	129
VI.6	Équation de droites avec paramètre	129
VI.7		129
VI.8	Équation de droites & médiatrice	130
VI.9	Alignement de points	130
VI.10	Un algorithme	130
VII	Produit scalaire	138
VII.1	Produits scalaires et angles	138
VII.2	Produits scalaires et angles dans un repère orthonormé	138
VII.3	Angle dans un carré	139
VII.4	Équations de cercles	139
VII.5	Équation de droites perpendiculaires	139
VII.6	Détermination d'un angle dans un cercle	139
VII.7	Dans un rectangle	140
VII.8	Avec les formules trigonométriques	140
VII.9	Dans un repère : cercle, angle et hauteur	140
VII.10	Dans un rectangle	140
VII.11	Puissance d'un point par rapport à un cercle	141
VII.12	Trois cercles tangents	141
VII.13	Aire d'un triangle inscrit dans un cercle	142
VII.14	La formule de Héron	142
VIII	Statistiques descriptives	163
VIII.1	Notes de deux classes	163
VIII.2	Salaires dans deux entreprises	163
VIII.3	Influence d'un ajout dans une série statistique	164
VIII.4	Un algorithme	164
VIII.5	De l'algèbre dans les statistiques	165
IX	Probabilités	174
IX.1	Différents ordinateurs	174
IX.2	49 boules dans un urne	174
IX.3	Avec deux dés	175
IX.4	Avec une pièce de monnaie	175
IX.5	Deux urnes	175
IX.6	Lancer de 3 pièces	176
IX.7	Nombre variable de boules	176
IX.8	Recherche d'une mise de départ	177
IX.9	Avec une urne	177
IX.10	Dans une usine de composants électroniques	178
IX.11	Au tennis	178

IX.12	Au lycée à vélo	178
IX.13	Le jeu des petits chevaux	179

X Fluctuation, échantillonnage 191

X.1	Pièce défectueuse	191
X.2	Un dé peut-être truqué	191
X.3	Le médecin de campagne	191
X.4	Les OVNIS	191
X.5	Coup de fatigue au centre d'appels	192

Règles de navigation

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

3 juin 2018

Bonjour.

J'ai souhaité créer ici un document dans lequel il est facile de naviguer. C'est la raison pour laquelle :

- À chaque énoncé d'exercices, vous pouvez cliquer sur le numéro de la page où se trouve le corrigé pour vous y rendre directement ;
- Inversement, quand vous lisez un exercice, vous pouvez cliquer sur « [Retour à l'énoncé de l'exercice] » pour revenir à l'énoncé ;
- À tout moment, vous pouvez retourner au sommaire en cliquant sur le petit carré ■ qui se trouve devant chaque titre.

D'autre part, il se peut que malgré la vigilance que j'ai apportée à la relecture de ce document, quelques erreurs soient encore présentes.

Dans le doute, n'hésitez pas à me contacter via le formulaire qui se trouve sur mon site :

mathweb.fr

en mentionnant l'email avec lequel vous avez acquis ce document. J'y répondrai le plus rapidement possible.

Je vous souhaite un bon travail !

Stéphane Pasquet

Ce livre est exclusivement vendu sur mathweb.fr au prix de 5,99 €.

Ses éventuelles mises à jour (corrections) sont gratuites pendant 1 an (à partir de la date d'achat) pour toute personne l'ayant acheté sur ce site.

Je remercie donc tout acheteur de garder ce document pour son usage personnel. En effet, j'ai mis plusieurs années à le mettre au point et je continue à le modifier régulièrement. Aussi, si je constate qu'il ne me rapporte pas assez par rapport au temps que j'y consacre, je cesserais de travailler dessus, ce qui serait regrettable pour les années à venir, sachant que les programmes peuvent changer.

N'hésitez pas à laisser sur la page <https://www.mathweb.fr/web/exercices-terminale-S> un commentaire sur ce document afin de me faire part de votre avis.

Le second degré

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

A Exercices d'application du cours

R Exercices de réflexion

👉 Exercice & corrigé relus avec attention pour éviter les erreurs

3 juin 2018

Équations

■ Exercice 1. Calcul de discriminant et de racines

★★★★☆ **A**

Corrigé page 8

Pour chacun des trinômes suivants, calculer le discriminant et ses éventuelles racines.

1 $x^2 - 2x + 1$

4 $x^2 + x + 1$

7 $\frac{1}{4}x^2 - 4x + 16$

2 $x^2 - 3x + 2$

5 $3x^2 - 5x + 1$

8 $3x^2 - 8x + 2$

3 $-x^2 + 3x - 2$

6 $-2x^2 - 5x + 3$

9 $-5x^2 + 4x + 3$

■ Exercice 2. Équation avec une racine carrée

★★★★☆ **A**

Corrigé page 9

Résoudre les équations suivantes :

1 $\sqrt{x+1} = 2x - 3$

2 $\sqrt{x^2 - 8} = 2x - 5$

3 $\sqrt{2x-1} = 1 - 2x$

■ Exercice 3. Avec changement de variables

★★★★☆ **A**

Corrigé page 11

Résoudre les équations suivantes :

1 $x - 5\sqrt{x} + 4 = 0$

2 $-x^4 + 3x^2 - 2 = 0$

3 $\frac{6}{x^2} + \frac{1}{x} - 2 = 0$

4 $2(\cos x)^2 + 3\cos x - 2 = 0$

5 $(x^2 - 3x + 1)^2 - 3(x^2 - 3x + 1) + 2 = 0$

- Sur $] -\infty; 1]$ et sur $[2; +\infty[$, on a : $x^2 - 4x - 1 \leq 0$.
Le discriminant de $x^2 - 4x - 1$ est : $\Delta = 16 + 4 = 20$. Il y a donc deux racines : $\alpha = \frac{4 - \sqrt{20}}{2} = 2 - 2\sqrt{5} < 1$ et $\beta = 2 + 2\sqrt{5} > 2$. Donc α et β sont dans les intervalles $] -\infty; 1]$ et sur $[2; +\infty[$.
Ainsi, $x^2 - 4x - 1 \leq 0$ sur $[\alpha; 1]$ et sur $[2; \beta]$.

Par conséquent, l'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \leq x + 3$ est :

$$\mathcal{S} = [2 - 2\sqrt{5}; 2 + 2\sqrt{5}].$$

■ Corrigé de l'exercice 11.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

$$\begin{aligned} 1 \quad |2x - 5| > 2 &\iff 2x - 5 > 2 \quad \text{ou} \quad 2x - 5 < -2 \\ &\iff 2x > 7 \quad \text{ou} \quad 2x < 3 \\ &\iff x > \frac{7}{2} \quad \text{ou} \quad x < \frac{3}{2} \end{aligned}$$

L'ensemble solution de l'inéquation $|2x - 5| > 2$ est donc $\mathcal{S} =]-\infty; \frac{3}{2}[\cup]\frac{7}{2}; +\infty[$

$$\begin{aligned} 2 \quad |8x + 4| \leq 2 &\iff -2 \leq 8x + 4 \leq 2 \\ &\iff -6 \leq 8x \leq -2 \\ &\iff -\frac{3}{4} \leq x \leq -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

L'ensemble solution de l'inéquation $|8x + 4| \leq 2$ est donc $\mathcal{S} = [-\frac{3}{4}; -\frac{1}{4}]$

$$\begin{aligned} 3 \quad |3x - 9| \geq 5 &\iff 3x - 9 \geq 5 \quad \text{ou} \quad 3x - 9 \leq -5 \\ &\iff 3x \geq 14 \quad \text{ou} \quad 3x \leq 4 \\ &\iff x \geq \frac{14}{3} \quad \text{ou} \quad x \leq \frac{4}{3} \end{aligned}$$

L'ensemble solution de l'inéquation $|3x - 9| \geq 5$ est donc $\mathcal{S} =]-\infty; \frac{4}{3}] \cup [\frac{14}{3}; +\infty[$

$$\begin{aligned} 4 \quad |5x + 20| < 5 &\iff -5 < 5x + 20 < 5 \\ &\iff -25 < 5x < -15 \\ &\iff -5 < x < -3 \end{aligned}$$

L'ensemble solution de l'inéquation $|5x + 20| < 5$ est donc $\mathcal{S} =]-5; -3[$

■ Corrigé de l'exercice 12.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

$$\begin{aligned} 1 \quad |x - 1| = 6 &\iff x - 1 = 6 \quad \text{ou} \quad x - 1 = -6 \\ &\iff x = 7 \quad \text{ou} \quad x = -5 \end{aligned}$$

L'ensemble solution est donc $\mathcal{S} = \{-5; 7\}$.

3 Si $u_1 = 60$ et $r = 5$, calculer $u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$.

$$\begin{aligned}u_1 + u_2 + \dots + u_{100} &= \frac{u_1 + u_{100}}{2} \times 100 \\&= \frac{60 + (60 + 5 \times 99)}{2} \times 100 \\&= \frac{61\,500}{2} \\ \boxed{u_1 + u_2 + \dots + u_{100} = 30\,750}\end{aligned}$$

4 Si $u_1 = 50$ et $u_{50} = 1$, calculer $u_1 + u_2 + \dots + u_{50}$.

$$\begin{aligned}u_1 + u_2 + \dots + u_{50} &= \frac{u_1 + u_{50}}{2} \times 50 \\&= \frac{50 + 1}{2} \\ \boxed{u_1 + u_2 + \dots + u_{50} = 25,5}\end{aligned}$$

■ Corrigé de l'exercice 6.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

1 Si $u_0 = 1$ et $q = 2$, calculer $u_0 + u_1 + \dots + u_{100}$.

(u_n) est une suite géométrique donc :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

Donc ici,

$$\begin{aligned}u_0 + u_1 + \dots + u_{100} &= \frac{1 - 2^{101}}{1 - 2} \\ \boxed{u_0 + u_1 + \dots + u_{100} = 2^{101} - 1}\end{aligned}$$

2 Si $u_0 = 3$ et $q = \frac{1}{2}$, calculer $u_0 + u_1 + \dots + u_{50}$.

$$\begin{aligned}u_0 + u_1 + \dots + u_{50} &= 3 \times \frac{1 - \frac{1}{2^{51}}}{1 - \frac{1}{2}} \\&= 3 \left(1 - \frac{1}{2^{51}}\right) \times 2 \\ \boxed{u_0 + u_1 + \dots + u_{50} = 6 \left(1 - \frac{1}{2^{51}}\right)}\end{aligned}$$

Dérivation

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

- A Exercices d'application du cours
- R Exercices de réflexion
- Exercice & corrigé relus avec attention pour éviter les erreurs

3 juin 2018

Calcul du nombre dérivé par taux d'accroissement

■ Exercice 1. Nombre dérivé & équation de tangentes

★★★★☆ A

Corrigé page 92

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer $f'(a)$ puis trouver l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a .

- 1 $f(x) = x^2, a = 2$
- 2 $f(x) = \frac{1}{x}, a = 1$
- 3 $f(x) = x^2 - 2x + 3, a = -1$
- 4 $f(x) = \sqrt{x}, a = 4$

Lectures graphiques

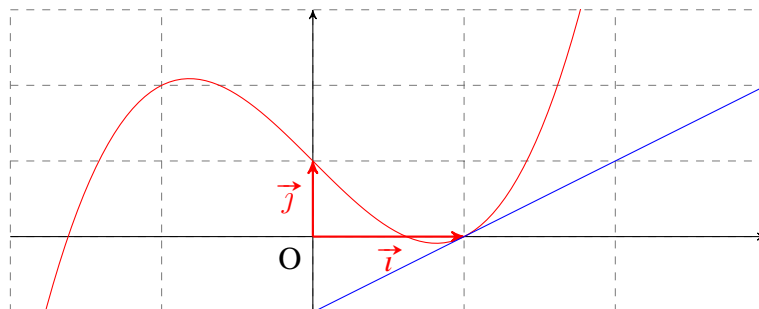
■ Exercice 2. Lecture graphique de nombres dérivés

★★★★☆ A

Corrigé page 95

Pour chacune des questions suivantes, on a la représentation graphique d'une fonction f (en rouge) et la tangente à cette représentation au point d'abscisse a . Déterminer graphiquement $f'(a)$, puis écrire l'équation réduite de la tangente tracée.

- 1 $a = 1$.



- $h'(x)$ est du signe de $-4x^2 + 2x + 5$, dont le discriminant est :

$$\Delta = 4 + 80 = 84.$$

Ses deux racines sont donc :

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{84}}{-8} = \frac{-2 + 2\sqrt{21}}{-8} = \frac{1 - \sqrt{21}}{4} \approx -0,9 < \alpha$$

et

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{84}}{-8} = \frac{-2 - 2\sqrt{21}}{-8} = \frac{1 + \sqrt{21}}{4} \approx 1,4 \in]\alpha; \beta[=]1; 2[.$$

On a alors le tableau suivant :

x	$-\infty$	x_1	$\alpha = 1$	x_2	$\beta = 2$	$+\infty$		
$h'(x)$		-	0	+	+	0	-	-
$h(x)$		↘ ↗		↗ ↘		↘		

■ Corrigé de l'exercice 10.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

- 1 f est de la forme $\frac{u}{v}$ avec $u(x) = x\sqrt{x}$ et $v(x) = x^2 + 1$.

u est une fonction produit gh avec $g(x) = x$ et $h(x) = \sqrt{x}$, donc $u = g'h + h'g$. Ainsi,

$$\begin{aligned} u'(x) &= 1 \times \sqrt{x} + x \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ &= \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} \\ &= \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2} \\ &= \frac{3}{2}\sqrt{x} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{u'v - uv'}{v^2}(x) \\ &= \frac{\frac{3}{2}\sqrt{x}(x^2 + 1) - x\sqrt{x} \times 2x}{(x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{3\sqrt{x}(x^2 + 1) - 4x^2\sqrt{x}}{2(x^2 + 1)^2} \end{aligned}$$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{x}(3 - x^2)}{2(x^2 + 1)^2}$$

■ **Corrigé de l'exercice 11.**

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

Remarquons que les angles dans les cosinus ne sont pas des valeurs remarquables, ce qui nous laisse à penser qu'il y a des transformations à faire.

On remarque que :

$$\frac{5\pi}{14} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}.$$

(ce qui peut nous guider est le dénominateur « 14 » qui s'écrit 7×2 , donc cela nous pousse à écrire $\frac{5\pi}{14}$ en fonction de $\frac{\pi}{7}$ et $\frac{\pi}{2}$).

Donc :

$$\cos\left(\frac{5\pi}{14}\right) = \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right)}_{\text{car } \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)} = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$$

et alors :

$$\boxed{\cos^2\left(\frac{5\pi}{14}\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{7}\right)}.$$

De même,

$$\frac{9\pi}{22} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{11},$$

donc :

$$\cos\left(\frac{9\pi}{22}\right) = \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{11}\right)}_{\text{car } \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)} = \sin\left(\frac{\pi}{11}\right)$$

et alors :

$$\boxed{\cos^2\left(\frac{9\pi}{22}\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{11}\right)}.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} & \cos^2\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{14}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{11}\right) + \cos^2\left(\frac{9\pi}{22}\right) \\ &= \underbrace{\cos^2\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{7}\right)}_{=1 \text{ car } \cos^2 x + \sin^2 x = 1} + \underbrace{\cos^2\left(\frac{\pi}{11}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{11}\right)}_{=1} \\ &= 2. \end{aligned}$$

■ **Corrigé de l'exercice 12.**

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

$$\begin{aligned} \mathbf{1} \quad & \cos^2 \frac{\pi}{5} - \cos^2 \frac{4\pi}{5} + \sin^2 \frac{\pi}{7} - \sin^2 \frac{8\pi}{7} \\ &= \cos^2 \frac{\pi}{5} - \cos^2 \left(\pi - \frac{\pi}{5}\right) + \sin^2 \frac{\pi}{7} - \sin^2 \left(\pi + \frac{\pi}{7}\right) \\ &= \cos^2 \frac{\pi}{5} - \cos^2 \frac{\pi}{5} + \sin^2 \frac{\pi}{7} - \sin^2 \frac{\pi}{7} \\ &= 0. \end{aligned}$$

Explications :

- $\cos(\pi - x) = -\cos x$ donc $[\cos(\pi - x)]^2 = [-\cos x]^2 = \cos^2 x$.