

Disponible sur *mathweb.fr*

**116 exercices corrigés de  
mathématiques pour  
Terminale ES**

**Enseignement obligatoire et de spécialité**

**Stéphane PASQUET**

3 juin 2018

# Sommaire

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

3 juin 2018

## Enseignement obligatoire

<b>I Suites</b>	<b>2</b>
I.1 Révisions de Première	2
I.2 Deux suites liées	2
I.3 Deux suites liées	3
I.4 Suite géométrique (Pondichéry 2013)	3
I.5 Suite géométrique (Polynésie 2013)	4
I.6 Suite arithmétique et suite géométrique	5
I.7 Suite arithmétique et suite géométrique	6
I.8 Suite arithmético-géométrique (Liban 2013)	7
I.9 Dans une association	8
I.10 Les cabris, c'est fini?	8
I.11 Limite et graphique	9
I.12 Flux migratoires d'une ville	9
<b>II Continuité &amp; dérivabilité</b>	<b>21</b>
II.1 Fonction polynôme de degré 3	21
II.2 Intersection d'une courbe avec l'axe des abscisses	21
II.3 Tableau de variation	22
II.4 Nombre dérivé	22
II.5 Image, nombre dérivé, équation et tableau de signes	23
II.6 Image, nombre dérivé, équation et tableau de signes	23
II.7 Détermination de coefficients dans une expression	24
II.8 Détermination de coefficient dans une expression	24
II.9 Étude de $f(x) = \frac{x^3}{x^2-3}$	25
II.10 Détermination d'un paramètre pour tangente parallèle	25
II.11 Étude de la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2-x-15}{x^2-2x+1}$	25
II.12 Étude complète de $f(x) = \frac{x^3+x-2}{x+1}$ avec fonction auxiliaire	26
II.13 Étude de $f(x) = \frac{2x^2+3x-9}{3-x}$	26
<b>III Fonction exponentielle</b>	<b>37</b>
III.1 Simplification d'écritures	37
III.2 Équations	37
III.3 Inéquations	37
III.4 Dérivées de fonctions exponentielles	38

III.5	À partir d'un graphique . . . . .	38
III.6	Modélisation du taux d'équipement en smartphones . . . . .	39
III.7	Taux de malades après injection d'un antidote . . . . .	39
III.8	Prendre des initiatives . . . . .	40
III.9	Étude de la fonction $3x + 1 + xe^{-x}$ (type bac) . . . . .	40
<b>IV</b>	<b>Logarithme népérien . . . . .</b>	<b>51</b>
IV.1	Simplification d'écritures . . . . .	51
IV.2	Équations . . . . .	51
IV.3	Inéquations . . . . .	51
IV.4	Détermination de coefficients et équation de tangente . . . . .	52
IV.5	Détermination de coefficients (le retour) . . . . .	52
IV.6	Dérivation . . . . .	52
IV.7	Étude de $x^2 + x + 1 - \frac{\ln x}{x}$ avec fonction auxiliaire . . . . .	53
IV.8	Étude de $\frac{\ln x - x}{x+1}$ avec fonction auxiliaire . . . . .	53
IV.9	Étude de la fonction $x^2 \ln(x) - 3x^2 + 5x - 1$ . . . . .	53
IV.10	Fonctions $x - \ln x$ et $x - \ln^2 x$ . . . . .	54
IV.11	Étude de la fonction $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}\right)$ . . . . .	55
IV.12	Étude de la fonction $1 - 2 \ln x$ . . . . .	55
<b>V</b>	<b>Convexité . . . . .</b>	<b>71</b>
V.1	Fonction $x^2 \ln(x) - 3x^2 + 5x - 1$ . . . . .	71
V.2	Convexité d'une fonction . . . . .	71
V.3	Existence d'un point d'inflexion . . . . .	71
V.4	Lectures graphiques . . . . .	71
V.5	Lectures graphiques de $f$ , $f'$ et $f''$ . . . . .	73
V.6	La rumeur . . . . .	74
<b>VI</b>	<b>Intégration . . . . .</b>	<b>81</b>
VI.1	Calculs de primitives . . . . .	81
VI.2	Calculs d'intégrales . . . . .	81
VI.3	Une intégrale avec le logarithme népérien . . . . .	81
VI.4	Aire sous une courbe (1) . . . . .	82
VI.5	Aire sous une courbe (2) . . . . .	83
VI.6	Aire entre deux courbes . . . . .	83
VI.7	Prix moyen d'une machine-outil . . . . .	84
VI.8	Population moyenne . . . . .	84
VI.9	Fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln x}$ . . . . .	84
<b>VII</b>	<b>Probabilités . . . . .</b>	<b>92</b>
VII.1	Dans un lycée . . . . .	92
VII.2	Bac Asie juin 2008 . . . . .	93
VII.3	Union et intersection . . . . .	93
VII.4	Parc informatique d'un lycée . . . . .	94
VII.5	Une usine fabrique des sacs . . . . .	95
VII.6	Loi binomiale & fonction « random » . . . . .	95
VII.7	Lecteurs MP3 défectueux . . . . .	96
VII.8	Société de sondage . . . . .	97
VII.9	3 classes jouent . . . . .	97
VII.10	Le tireur à l'arc . . . . .	98

VII.11	Une histoire de montres . . . . .	99
<b>VIII</b>	<b>Lois continues . . . . .</b>	<b>112</b>
VIII.1	À la caisse d'un supermarché . . . . .	112
VIII.2	Temps de trajet . . . . .	112
VIII.3	Feu tricolore . . . . .	113
VIII.4	La partie de jeu vidéo . . . . .	113
VIII.5	La livraison à domicile . . . . .	113
VIII.6	Les premiers mots de la vie . . . . .	114
VIII.7	Vaches laitières de race « Française Frisonne Pis Noir » . . . . .	114
VIII.8	Test de conformité . . . . .	114
VIII.9	Tests de Q.I. . . . .	115
VIII.10	Durée de vie d'un appareil . . . . .	115
VIII.11	Trouver la bonne courbe . . . . .	116
VIII.12	Trouver la moyenne et l'écart-type . . . . .	117
<b>IX</b>	<b>Intervalle de fluctuation et estimation . . . . .</b>	<b>125</b>
IX.1	Les tickets du supermarché . . . . .	125
IX.2	Contrôle de production . . . . .	125
IX.3	Scénario catastrophe . . . . .	125
IX.4	Extrait du bac 2016, Métropole . . . . .	126
IX.5	Extrait du bac 2016, Amérique du Nord . . . . .	126
IX.6	Le retour de Marisol . . . . .	126
<b>Enseignement de spécialité</b>		
<b>X</b>	<b>Matrices . . . . .</b>	<b>132</b>
X.1	Somme et différence de matrices . . . . .	132
X.2	Produit de matrices . . . . .	132
X.3	Recherche de matrices . . . . .	133
X.4	Avec la calculatrice . . . . .	133
X.5	Est-elle son inverse ? . . . . .	133
X.6	Matrice avec paramètre . . . . .	133
X.7	Résolution de systèmes linéaires . . . . .	134
X.8	Trouver les coefficients d'un polynôme . . . . .	134
X.9	Trouver les coefficients d'une fonction . . . . .	134
X.10	Modèle fermé de Léontief . . . . .	134
<b>XI</b>	<b>Graphes non orientés . . . . .</b>	<b>141</b>
XI.1	Les maisons . . . . .	141
XI.2	Les maisons . . . . .	141
XI.3	Dessiner sans lever la main . . . . .	142
XI.4	Dans un parc d'attractions . . . . .	142
XI.5	Dans un parc d'attractions (2) . . . . .	142
XI.6	Union Européenne . . . . .	143
XI.7	La tournée de la chanteuse . . . . .	143
XI.8	Chemin le plus court . . . . .	143
XI.9	Le politicien . . . . .	144

<b>XII Graphes orientés &amp; probabilistes</b>	<b>154</b>
XII.1 Site internet	154
XII.2 Le jeu de Fan Tan (Matrice, longueur d'une chaîne)	154
XII.3 Les entreprises de couches culottes	155
XII.4 Lucas le glandeur	155
XII.5 La côte de popularité de Squeezie	156
XII.6 Fumeurs et non-fumeurs	156
XII.7 Norman faisait des vidéos	157

# Règles de navigation

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

3 juin 2018

Bonjour.

Avant toutes choses, je vous remercie d'avoir acquis cet ouvrage. J'espère qu'il vous satisfera pleinement.

J'ai souhaité créer ici un document dans lequel il est facile de naviguer. C'est la raison pour laquelle :

- À chaque énoncé d'exercices, vous pouvez cliquer sur le numéro de la page où se trouve le corrigé pour vous y rendre directement ;
- De même, quand vous êtes sur un corrigé, vous pouvez par un simple clic revenir à l'énoncé de l'exercice concerné ;
- De plus, à tout moment, vous pouvez retourner au sommaire en cliquant sur le petit carré ■ qui se trouve devant chaque titre.

Cette édition a été vérifiée avec attention. Cependant, l'erreur est humaine et malgré ma vigilance, il se pourrait qu'il y ait quelques erreurs. Si tel est le cas, ou si vous avez un doute, contactez-moi à l'aide du formulaire de contact sur mon site :

<http://www.mathweb.fr/contact.html>

Dans ce cas, n'oubliez pas de préciser votre email (celui avec lequel vous avez acquis cet ouvrage) et le titre de l'ouvrage.

Stéphane Pasquet

# Avant-propos

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

**3 juin 2018**

Cet ouvrage a été vérifié et complété le 3 juin 2018 afin de coller au programme de Terminale ES en vigueur.

Il n'existe qu'au format numérique, donc inutile de le chercher en librairie.

Vous n'y trouverez pas de rappels de cours sauf dans quelques corrigés, quand cela est nécessaire. En effet, j'estime qu'il y a assez de cours sur Internet pour que le lecteur ou la lectrice puisse trouver son bonheur ailleurs.

Lors de l'achat de ce document sur mon site, vous avez enregistré votre email : il vous servira à recevoir gratuitement ses éventuelles mises à jours.

Si vous avez quelques suggestions d'amélioration, contactez moi sur la page :

<http://www.mathweb.fr/contact.html>

Bon travail !

Stéphane Pasquet







**Première partie**

**Enseignement obligatoire**

## Suites

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

- A Exercices d'application du cours
- R Exercices de réflexion
- Exercice & corrigé relus avec attention pour éviter les erreurs

3 juin 2018

## Suites géométriques

## ■ Exercice 1. Révisions de Première

★★★★☆ A

(Source : tes-suites-10)

Corrigé page 10

On considère la suite  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 0,5$  et telle que pour tout entier naturel  $n$ ,

$$u_{n+1} = 0,7 \times u_n.$$

- 1 Préciser la nature de la suite  $(u_n)$ .
- 2 Exprimer alors  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 3 Donner une valeur approchée de  $u_{15}$  au millième.

## ■ Exercice 2. Deux suites liées

★★★★☆ A

(Source : tes-suites-11)

Corrigé page 10

On considère les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies pour tout entier naturel  $n$  par :

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 1,2u_n \end{cases} \quad \text{et} \quad v_n = 10u_n.$$

- 1 Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 2 Calculer  $v_0$ ,  $v_1$  et  $v_2$ .
- 3 Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .  
Montrer que  $(v_n)$  est géométrique. Préciser alors sa raison.

- 2 « P » intervient uniquement dans la condition du « Tant que » donc on voit que l'on exécute la boucle tant que la valeur calculée U est strictement supérieure à P.

On peut faire un tableau des différentes valeurs de U calculées jusqu'à ce que la condition ne soit plus remplie :

N	0	1	2	3
U	63 182	58 127,44	53 477,24	49 199,07
U>P	vrai	vrai	vrai	faux

L'algorithme affiche donc la valeur « 3 ».

Cela signifie qu'à partir de 2014 (i.e. 2011 + 3), la production est inférieure à 50 000 milliers d'euros.

- 3 a. Par définition,  $u_{n+1} = 0,92u_n$  car il y a une perte de 8% par an.  
Donc  $(u_n)$  est géométrique de raison  $q = 0,92$  et de premier terme  $u_0 = 63\,182$ .

b. D'après le cours, on a :

$$u_n = u_0 \times q^n = 63\,182 \times 0,92^n.$$

c. En 2016,  $n = 5$  et :

$$u_5 = 63\,182 \times 0,92^5 \approx 41\,642.$$

On peut donc prévoir 41 642 milliers d'euros de production en 2016.

- 4 On cherche ici :

$$\begin{aligned} u_0 + u_1 + \dots + u_9 &= u_0 \times \frac{1 - q^{10}}{1 - q} \\ &= 63\,182 \times \frac{1 - 0,92^{10}}{1 - 0,92} \\ &\approx 446\,706. \end{aligned}$$

Le montant cumulé des produits perliers exportés de 2011 à 2020 est estimé à 446 706 €.

## ■ Corrigé de l'exercice 6.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

### 1 Étude du capital de Sophie.

a. Le premier terme est le capital initial, soit  $u_0 = 800$ .

Le capital augmente de 10% par mois, donc  $u_{n+1} = 1,1u_n$ .

La suite  $(u_n)$  est donc géométrique de premier terme 800 et de raison 1,1.

b.  $u_1$  est la somme disponible en février 2018,  $u_2$  est la somme disponible début mars 2018, etc. Donc la somme dont dispose Sophie début janvier de l'année 2018 + 1 est  $u_{12}$  car il s'est écoulé 12 mois entre temps :

$$u_{12} = u_0 \times q^{12} = 800 \times (1,1)^{12} \approx 2\,510,74.$$

Sophie dispose donc de 2 510,74 € début janvier de l'année suivante.

c. Le pourcentage d'augmentation est :

$$\frac{2\,510,74 - 800}{800} \times 100 \approx 213,84\%.$$

## Lectures graphiques

### ■ Exercice 3. Tableau de variation

★☆☆☆☆ A

(Source : tes-contder-03)

Corrigé page 29 🗑️

On donne le tableau de variation d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $]2; +\infty[$ . On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  sur l'intervalle  $]2; +\infty[$ .

On appelle  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé.

$x$	2	3	10	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f$	$-\infty$	↗ 6	↘ -5	↗ 4	

On suppose de plus que  $f(5) = 0$  et que  $f'(5) = -2$ .

À l'aide du tableau de variation, répondre aux questions suivantes.

Aucune justification n'est demandée.

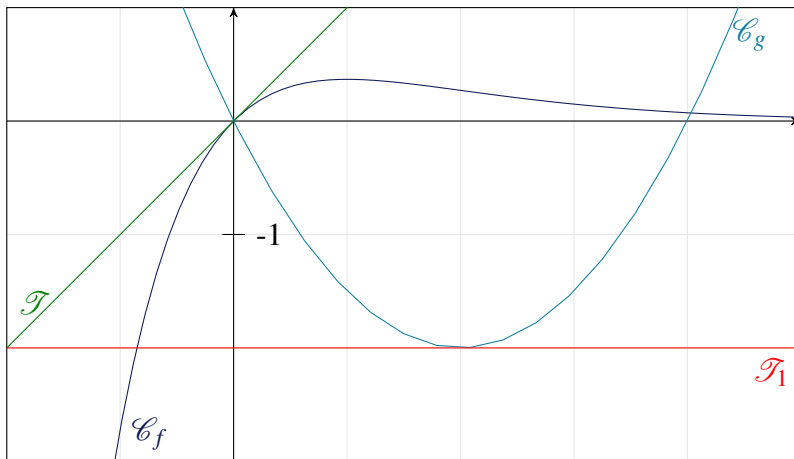
- 1 Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 3.
- 2 Quel est le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 4$  sur l'intervalle  $]2; +\infty[$  ?

### ■ Exercice 4. Nombre dérivé

★☆☆☆☆ A

(Source : tes-contder-04)

Corrigé page 29 🗑️



- $\mathcal{T}$  est la tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 0.
- $\mathcal{T}_1$  est la tangente à  $\mathcal{C}_g$  au point d'abscisse 2.
- $\mathcal{C}_g$  et  $\mathcal{C}_f$  se coupent en deux points d'abscisses respectives 0 et 4.

À l'aide du graphique ci-dessus, répondez aux questions suivantes.

- 1 Que vaut  $f'(0)$  ?  $g'(2)$  ?
- 2 Résoudre l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$  sur  $[-2; 5]$ .

■ **Corrigé de l'exercice 9.**

[Retour à l'énoncé de l'exercice]

- 1  $f$  est de la forme  $g + h$ , avec  $g(x) = x^2 \ln(x)$  et  $h(x) = -3x^2 + 5x - 1$ .  
 $g$  est de la forme  $uv$ , avec  $u(x) = x^2$  et  $v(x) = \ln(x)$  donc :

$$\begin{aligned} g'(x) &= (u'v + uv')(x) \\ &= 2x \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x} \\ &= 2x \ln(x) + x. \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} f'(x) &= g'(x) + h'(x) \\ &= 2x \ln(x) + x - 6x + 5 \end{aligned}$$

$$\boxed{f'(x) = 2x \ln(x) - 5x + 5}$$

La dérivée de  $2x \ln(x)$  est :

$$2 \ln(x) + 2x \times \frac{1}{x} = 2 \ln(x) + 2$$

donc

$$f''(x) = 2 \ln(x) + 2 - 5$$

$$\boxed{f''(x) = 2 \ln(x) - 3}$$

- 2  $f'(1) = 2 \ln(1) - 5 + 5 = 0$  et  $f'(10) = 20 \ln(10) - 50 + 5 = 20 \ln(10) - 45 \approx 1,05$ .

De plus,

$$\begin{aligned} f''(x) > 0 &\iff 2 \ln(x) - 3 > 0 \\ &\iff 2 \ln(x) > 3 \\ &\iff \ln(x) > \frac{3}{2} \end{aligned}$$

On en déduit le tableau suivant :

$x$	0	1	$\frac{3}{2}$	$\alpha$	10	$+\infty$	
$f''(x)$		-	-	0	+	+	+
$f'(x)$		↘ 0		↗ 0	↗ 1,05		↗

$$\begin{aligned} f'(1,5) &= 3 \ln\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{15}{2} + 5 \\ &= 3 \ln(1,5) - 2,5 \\ &\approx -1,28. \end{aligned}$$

$f'$  est une fonction continue et strictement croissante sur  $]1,5; 10[$  et d'après les valeurs des images trouvées précédemment, en appliquant le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, il existe une unique valeur  $\alpha$  telle que  $f'(\alpha) = 0$ .

$$\begin{aligned} \text{5} \quad \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -2 \times 1 + 5 \times 3 \\ 2 \times 1 + (-1) \times 3 \end{pmatrix} \\ &= \boxed{\begin{pmatrix} 13 \\ -1 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6} \quad \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -2 \times 1 + 5 \times 0 & -2 \times 0 + 5 \times 1 \\ 2 \times 1 + (-1) \times 0 & 2 \times 0 + (-1) \times 1 \end{pmatrix} \\ &= \boxed{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{7} \quad \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -9 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -1 & 8 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 \times 8 + 9 \times (-1) & 1 \times 1 + 9 \times 8 \\ -9 \times 8 + 1 \times (-1) & -9 \times 1 + 1 \times 8 \end{pmatrix} \\ &= \boxed{\begin{pmatrix} -1 & 73 \\ -73 & -1 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{8} \quad \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -1 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -9 & 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 8 \times 1 + 1 \times (-9) & 8 \times 9 + 1 \times 1 \\ -1 \times 1 + 8 \times (-9) & -1 \times 9 + 8 \times 1 \end{pmatrix} \\ &= \boxed{\begin{pmatrix} -1 & 73 \\ -73 & -1 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

**Remarque :** dans ces deux dernières questions, en posant  $A = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -9 & 1 \end{pmatrix}$ , on peut s'apercevoir que  $A \times B = B \times A$ , ce qui n'est pas du tout commun dans le monde des matrices ! En effet, dans un cas général,  $AB \neq BA$ . Mais les matrices que nous avons ici sont particulières, et c'est pour cela que leur produit est *commutatif*.

$$\begin{aligned} \text{9} \quad \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 \times 0 + 1 \times 1 & -1 \times 1 + 1 \times 1 \\ 1 \times 0 + 0 \times 1 & 1 \times 1 + 0 \times 1 \end{pmatrix} \\ &= \boxed{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{10} \quad \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -2 \times (-1) + 1 \times (-1) & -2 \times (-1) + 1 \times (-2) \\ 1 \times (-1) + (-1) \times (-1) & 1 \times (-1) + (-1) \times (-2) \end{pmatrix} \\ &= \boxed{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

### ■ Corrigé de l'exercice 3.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

$$\begin{aligned} \text{1} \quad A \times B &= \begin{pmatrix} k & 1 \\ -1 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \times 1 + 1 \times b & k \times a + 1 \times 1 \\ -1 \times 1 + k \times b & -1 \times a + k \times 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k+b & ak+1 \\ kb-1 & k-a \end{pmatrix}. \\ B \times A &= \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k & 1 \\ -1 & k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times k + a \times (-1) & 1 \times 1 + a \times k \\ b \times k + 1 \times (-1) & b \times 1 + 1 \times k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k-a & ak+1 \\ kb-1 & k+b \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

**2** Pour que  $A \times B = B \times A$ , il faut que les coefficients de la première soient égaux à ceux de la seconde.

Or, il y en a déjà deux qui sont égaux (les deux de la diagonale principale :  $bk - 1$  et  $1 + ak$ ).

Il faut donc que  $k + b = k - a$ , soit  $\underline{b = -a}$  (ou  $a = -b$ , c'est pareil...).