

Disponible sur *mathweb.fr*

**211 exercices de
mathématiques
pour Terminale S**

Enseignement obligatoire et de spécialité

Stéphane PASQUET

3 juin 2018

Sommaire

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

3 juin 2018

Enseignement obligatoire

I	Continuité & dérivabilité	2
I.1	Calculs élémentaires en $+\infty$	2
I.2	En $+\infty$ avec des formes indéterminées	2
I.3	En un nombre fini avec des formes indéterminées	2
I.4	Règle de l'Hôpital	3
I.5	Équation $3x^3 - 5x + 1 = 0$	3
I.6	Un théorème général	3
I.7	Trouver un domaine de définition	3
I.8	Fonction $f : x \mapsto \frac{2x - \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$	3
I.9	Fonctions $f : x \mapsto \sqrt{x^2 + 1} - 2x$ et $g : x \mapsto \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$	4
I.10	Prolongement par continuité de $f : x \mapsto \frac{x-2}{\sqrt{4-x-2}}$ en 2	4
I.11	Prolongement par continuité de $f : x \mapsto \frac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x-1}$ en 1	5
I.12	Fonction $f : x \mapsto \frac{ 2x^2-x-1 }{\sqrt{1-x^2}}$	5
I.13	Approximation d'un angle par la longueur d'un segment	6
II	Fonction exponentielle	25
II.1	Produits, quotients et puissances	25
II.2	Simplification d'expressions	25
II.3	Équations	25
II.4	Équations avec changement de variable	26
II.5	Inéquations	26
II.6	Inéquations avec changement de variable	26
II.7	Fonction $f : x \mapsto (x-1)(2-e^{-x})$	26
II.8	Fonction $f : x \mapsto e^{2x} - (x+1)e^x$	27
II.9	Courbe de Gauss	28
II.10	Fonction $f : x \mapsto e^{x-\sqrt{x}}$	29
II.11	Fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}e^x$	29
II.12	Fonction $f : x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$	29
II.13	Fonction $f_k : x \mapsto \ln(e^x + kx) - x$	30
II.14	Fonction $f(x) = (2x+1)e^{-x}$	30

III	Logarithme népérien	47
III.1	Simplification d'écritures	47
III.2	Équations	47
III.3	Inéquations	47
III.4	Démonstration de cours : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$	48
III.5	Limites	48
III.6	Limites	48
III.7	Calculs de dérivées	49
III.8	Fonction $f : x \mapsto \frac{\ln(x^2+1)}{x^2+1}$ sans consignes	49
III.9	Fonction $f : x \mapsto \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$	49
III.10	Fonction $f : x \mapsto (x+1)\ln(x^2 - 2x + 1)$	49
III.11	Comparaison de π^e et e^π	50
III.12	Concentration de bactéries dans le corps	50
III.13	Fonction $f : x \mapsto (x^2 + 1)\ln x - x$	51
III.14	Équation $e^x - \ln x = 0$	52
III.15	Étude de la fonction $f(x) = \frac{\ln x + xe}{x^2}$	52
III.16	Fonction $f : x \mapsto \frac{2 \ln x}{x[(\ln x)^2 + 1]}$	53
III.17	Étude de la fonction $f(x) = \frac{x \ln x}{x^2 + 1}$	54
III.18	Détermination de coefficients (le retour)	54
IV	Suites	81
IV.1	Démontrer l'égalité : $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	81
IV.2	Inégalité de Bernoulli	81
IV.3	Formule du binôme de Newton	81
IV.4	Calcul de la limite de $\frac{n + \cos(n)}{n^2}$	82
IV.5	Suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ avec $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$	82
IV.6	Suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ avec $f(x) = \frac{x+6}{x+2}$	82
IV.7	Suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ avec $f(x) = \frac{4x-1}{4x}$	83
IV.8	Suite définie par $u_{n+1} = u_n + 2n + 3$	83
IV.9	Suite définie par $u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}$	83
IV.10	Suite définie par $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n - 1$	84
IV.11	Suite définie par $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{2}{3}$	84
IV.12	Suite définie par $u_{n+1} = ku_n(1 - u_n)$	84
IV.13	Équation $e^x = \frac{1}{x}$	85
IV.14	Suite de points, suites imbriquées	86
IV.15	Suites imbriquées	87
IV.16	Avec un logarithme	87
IV.17	Des suites dans les probabilités	87
IV.18	Avec une suite auxiliaire et un logarithme	89
IV.19	Étude d'une fonction \ln et suite extraite	89
IV.20	Suite (α_n) de solution d'équations	91
IV.21	La puce (probabilités et suites)	91
IV.22	Étude générale des suites de la forme $u_{n+1} = \lambda u_n + P(n)$	92
IV.23	Étude générale des suites imbriquées	93
IV.24	Méthode de Newton	94
IV.25	L'escargot de Gardner	95

V	Trigonométrie	129
V.1	Équations trigonométriques	129
V.2	Équations avec changement de variable	129
V.3	Inéquations avec changement de variable	129
V.4	Inéquations trigonométriques	130
V.5	Calcul de limites	130
V.6	Étude de la fonction $x \mapsto \frac{\cos x}{1+\sin x}$	130
V.7	Encadrement de $\cos x$	131
V.8	Fonction $x \mapsto \cos^3 x \cos(3x)$	131
V.9	Fonction $x \mapsto \sin^3 x \cos(3x)$	131
V.10	D'après un sujet de bac, Nouvelle Calédonie 2005	132
VI	Probabilités conditionnelles	149
VI.1	Une histoire de QCM, Amérique du Sud 2009	149
VI.2	Sacs défectueux, La Réunion 2009	150
VI.3	MP3 défectueux, Polynésie 2009	150
VI.4	Une école à trois classes	151
VI.5	Urne et fonction rationnelle	151
VI.6	Agence TOCAR	152
VI.7	Ordinateur et automobile chez les étudiants	152
VI.8	Jeanne et son portable	153
VI.9	Enquête dans un journal	153
VII	Nombres complexes	161
VII.1	Calculs algébriques	161
VII.2	Simplification de quotients	161
VII.3	Équations quadratiques	161
VII.4	Équations quadratiques (résultat général)	162
VII.5	Application $z \mapsto \frac{z^2}{i-z}$	162
VII.6	De la forme algébrique à la forme exponentielle	162
VII.7	Ensemble de points	163
VII.8	i exposant i	163
VII.9	Application complexe $f(z) = \frac{z-2+i}{z+2i}$	163
VII.10	Théorème de Van Aubel	164
VII.11	Point de Vecten	164
VII.12	Construction d'un pentagone régulier	165
VII.13	Calcul des valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{5}$, $\cos \frac{2\pi}{5}$ et $\cos \frac{4\pi}{5}$	166
VII.14	Théorème de Napoléon	166
VII.15	Cocyclicité	167
VII.16	Application $z \mapsto \frac{\bar{z}}{1+z}$	168
VII.17	Équation et transformation	168
VII.18	Racines n -ièmes de l'unité	169
VII.19	Équation à coefficients complexes et application	169
VIII	Intégration	194
VIII.1	Calculs de primitives	194
VIII.2	Calculs d'intégrales	194
VIII.3	Une intégrale avec le logarithme népérien	194
VIII.4	Décomposition en éléments simples de $f(x) = \frac{1}{x^3-2x^2-5x+6}$	195
VIII.5	$\phi(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{(1+t)^3} dt$	195

VIII.6 Aire sous une courbe (1)	196
VIII.7 Aire sous une courbe (2)	197
VIII.8 Aire entre deux courbes	197
VIII.9 Volume d'un bouchon de pêche	198
VIII.10 Trouver le cercle	198
VIII.11 Approximation d'une aire	198
VIII.12 $u_n = \int_1^e x^n \ln(x) dx$	199
VIII.13 $I_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{e^x+1} dx$	199
VIII.14 $u_n = \frac{\ln(n!)}{\ln(n^n)}$	200
VIII.15 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \sin x dx$ et $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \cos x dx$	200
VIII.16 Avec une exponentielle	200
VIII.17 $u_n = \int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^n}{x^2} dx$	201
VIII.18 $I_n = \int_1^e (\ln x)^n dx$	201
VIII.19 Trouver une abscisse	202

IX Lois continues **224**

IX.1 Feu tricolore	224
IX.2 À la caisse d'un supermarché	224
IX.3 Temps de trajet	225
IX.4 La partie de jeu vidéo	225
IX.5 La livraison à domicile	225
IX.6 Paradoxe de Bertrand	226
IX.7 La rencontre	226
IX.8 L'aiguille de Buffon	227
IX.9 Durée de vie d'un robot (d'après Bac Liban, 2006)	227
IX.10 D'après Bac France métropolitaine, 2004	227
IX.11 Le laboratoire de Physique (d'après Bac Polynésie, 2004)	228
IX.12 Composants électroniques (d'après Amérique du sud, 2005)	228
IX.13 Le chauffe-eau (avec loi normale et intervalle de fluctuation)	229
IX.14 Vaches laitières de race « Française Frisonne Pis Noir »	230
IX.15 Test de conformité	230
IX.16 Les premiers mots de la vie	230
IX.17 Tests de Q.I.	231
IX.18 Durée de vie d'un appareil	231
IX.19 Trouver la bonne courbe	232
IX.20 Trouver la moyenne et l'écart-type	233

X Géométrie dans l'espace **246**

X.1 Coplanarité	246
X.2 Section d'un cube par un plan	247
X.3 Section d'un cube par un plan	247
X.4 Représentations paramétriques de droites	248
X.5 Droites confondues	248
X.6 Alignement, rep. param. d'un plan et d'une droite	248
X.7 Intersection de plans	249
X.8 Dans un cube	249
X.9 Polynésie, 2010	250

XI Arithmétique	263
XI.1 Critère de divisibilité	263
XI.2 Avec une somme géométrique	263
XI.3 Divisibilité par 2 et 3	263
XI.4 Divisibilité par 8	263
XI.5 Reste de la division euclidienne par 11	263
XI.6 Critère de divisibilité par 7 sans calculatrice	264
XI.7 Divisibilité par 10 et 20	264
XI.8 Calcul d'un maximum	264
XI.9 Nombres premiers entre eux	264
XI.10 Nombres premiers entre eux	264
XI.11 Nombre premier	264
XI.12 Nombres premiers	265
XI.13 $31x - 28y = 1$	265
XI.14 $108x + 55y = 1$	265
XI.15 Trouver le nombre d'hommes et de femmes	265
XI.16 Avec la notion de pgcd	265
XI.17 Nombres premiers entre eux	265
XI.18 Avec une équation diophantienne	265
XI.19 Divisibilité	266
XI.20 Divisibilité de $a^6 - b^6$ par 3	266
XI.21 Reste d'une division par 14	266
XI.22 Reste d'une division par 7	266
XI.23 Reste d'une division par 7 (bis)	266
XI.24 Reste d'une division par 7 (ter)	266
XI.25 Nombre premier et congruences	266
XI.26 Équation $ax \equiv 1 \pmod{p}$	266
XI.27 Divisibilité et congruences	267
XI.28 PGCD et congruences	267
XI.29 Combo de congruences	267
XI.30 Équation $x^2 \equiv -11 \pmod{100}$	267
XI.31 Par récurrence	267
XI.32 $2^{2n} + 15n - 1$ modulo 9	267
XI.33 Condition nécessaire et suffisante d'inversibilité	267
XI.34 Chiffrement affine	268
XI.35 Programmation Python d'un chiffrement affine	268
XI.36 Suites et congruences	269
XI.37 $\sum_{p=1}^n p^3$ et pgcd	269
XI.38 Théorème des restes chinois	270
XI.39 Le « petit » théorème de Fermat	270

XII Calculs matriciels	292
XII.1 Opérations élémentaires	292
XII.2 À la recherche d'une matrice	292
XII.3 Puissance d'une matrice et raisonnement par récurrence	292
XII.4 Équation $X^2 = I_2$	293
XII.5 Puissance d'une matrice 3×3	293
XII.6 Puissance d'une matrice 3×3	293
XII.7 Puissance d'une matrice 3×3	293
XII.8 Avec une matrice nilpotente	293
XII.9 Diagonalisation d'une matrice	294
XII.10 Triangularisation d'une matrice	294
XII.11 Matrice inverse	294
XII.12 Résolutions de systèmes linéaires	295
XII.13 Suites imbriquées et matrices	295
XII.14 Puissance d'une matrice 3×3	296
XII.15 Système de suites	296
XII.16 Suites imbriquées	296

Règles de navigation

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

3 juin 2018

Bonjour.

J'ai souhaité créer ici un document dans lequel il est facile de naviguer. C'est la raison pour laquelle :

- À chaque énoncé d'exercices, vous pouvez cliquer sur le numéro de la page où se trouve le corrigé pour vous y rendre directement ;
- Inversement, quand vous lisez un exercice, vous pouvez cliquer sur « [Retour à l'énoncé de l'exercice] » pour revenir à l'énoncé ;
- À tout moment, vous pouvez retourner au sommaire en cliquant sur le petit carré ■ qui se trouve devant chaque titre.

D'autre part, il se peut que malgré la vigilance que j'ai apportée à la relecture de ce document, quelques erreurs soient encore présentes.

Dans le doute, n'hésitez pas à me contacter via le formulaire qui se trouve sur mon site :

mathweb.fr

en mentionnant l'email avec lequel vous avez acquis ce document. J'y répondrai le plus rapidement possible.

Je vous souhaite un bon travail !

Stéphane Pasquet

Ce livre est exclusivement vendu sur mathweb.fr au prix de 5,99 €.

Ses éventuelles mises à jour (corrections) sont gratuites pendant 1 an (à partir de la date d'achat) pour toute personne l'ayant acheté sur ce site.

Je remercie donc tout acheteur de garder ce document pour son usage personnel. En effet, j'ai mis plusieurs années à le mettre au point et je continue à le modifier régulièrement. Aussi, si je constate qu'il ne me rapporte pas assez par rapport au temps que j'y consacre, je cesserais de travailler dessus, ce qui serait regrettable pour les années à venir, sachant que les programmes peuvent changer.

N'hésitez pas à laisser sur la page <https://www.mathweb.fr/web/exercices-terminale-S> un commentaire sur ce document afin de me faire part de votre avis.



Première partie

Enseignement obligatoire

Continuité & dérivabilité

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

A Exercices d'application du cours

R Exercices de réflexion

👉 Exercice & corrigé relus avec attention pour éviter les erreurs

3 juin 2018

Calculs de limites

■ Exercice 1. Calculs élémentaires en $+\infty$

★★★★☆ **R**

Corrigé page 7 👉

Calculer la limite des fonctions suivantes en $+\infty$.

1 $f(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 1$

3 $h(k) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

2 $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$

4 $k(x) = \frac{x^2 + 1}{\sin \frac{1}{x}}$

■ Exercice 2. En $+\infty$ avec des formes indéterminées

★★★★☆ **R**

Corrigé page 8 👉

Calculer les limites suivantes.

1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 + 4x - 1}$

3 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x^2 + 1} \right)$

2 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x + 3} \right)$

4 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x + 1} \right)$

■ Exercice 3. En un nombre fini avec des formes indéterminées

★★★★☆ **R**

Corrigé page 9 👉

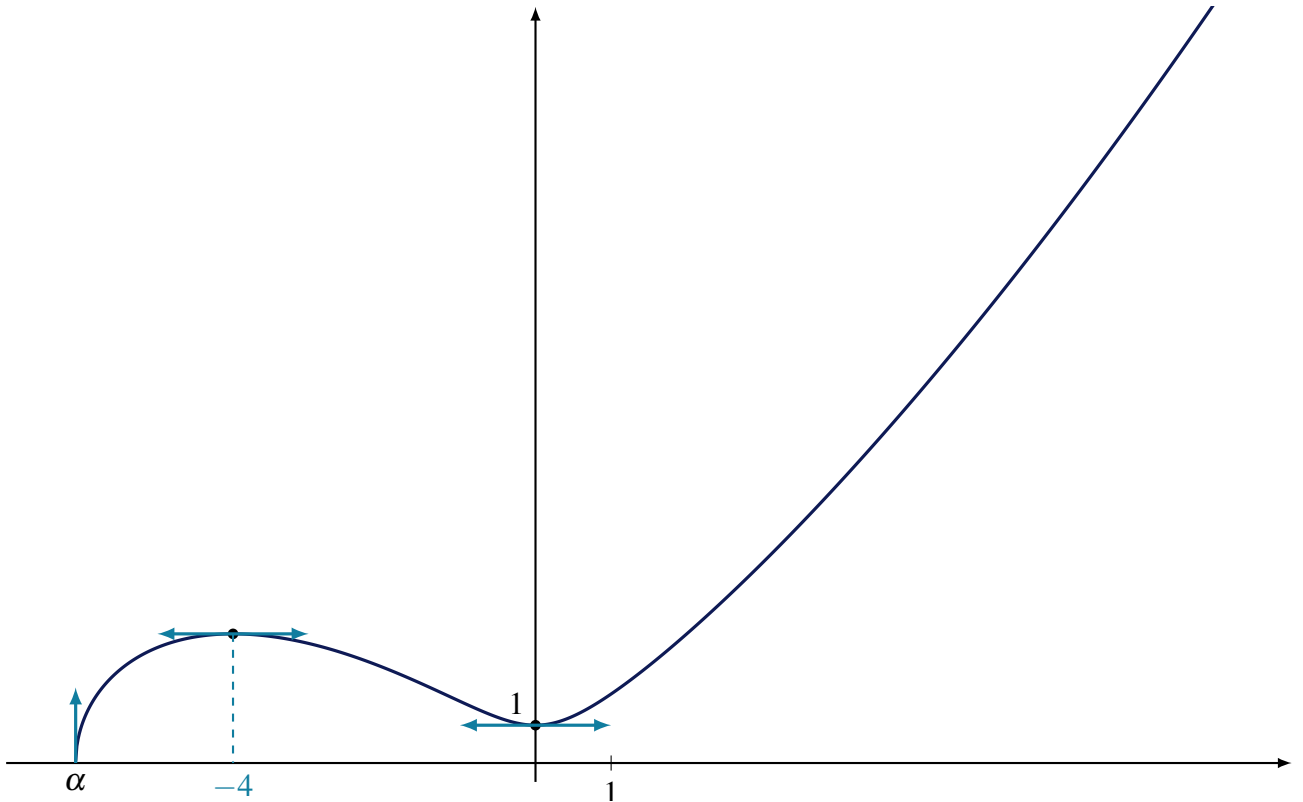
Calculer les limites suivantes.

1 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 1}$

3 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + 1}{x - \pi}$

2 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2} - 2}{x - 2}$

4 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 1} - \sqrt{2}}{x - 1}$



■ **Corrigé de l'exercice 8.**

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

1 On peut écrire $f(x)$ sous la forme :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}\left(\frac{2}{\sqrt{x}}+1\right)} \quad \text{pour } x \neq 0 \\ &= \frac{2\sqrt{x}-1}{\frac{2}{\sqrt{x}}+1} \end{aligned}$$

Or,

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2\sqrt{x}-1) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{x}} = 0$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\sqrt{x}}+1\right) = 1$

Ainsi, par quotient,

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty}$$

2 a. f est de la forme $\frac{u}{v}$ avec :

$$\begin{aligned} u(x) &= 2x - \sqrt{x} \\ u'(x) &= 2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v(x) &= 2 + \sqrt{x} \\ v'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Il faut donc que :

$$\begin{aligned} 2x^3 - 3x + 1 &= (x-1)(ax^2 + bx + c) \\ &= ax^3 + bx^2 + cx - ax^2 - bx - c \\ &= ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c \end{aligned}$$

D'où $a = 2$, $c = -1$ et donc $b = 2$.

Ainsi, $f'(x) = \frac{(x-1)(2x^2 + 2x - 1)}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$.

Le dénominateur de $f'(x)$ étant toujours strictement positif sur $]-1; 1[$, $f'(x)$ est du signe de son numérateur.

Le discriminant de $2x^2 + 2x - 1$ est $\Delta = 12$, donc ce dernier a deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}.$$

$x_1 < -\frac{1}{2}$ et $x_2 \in]-\frac{1}{2}; 1[$. D'où le tableau suivant :

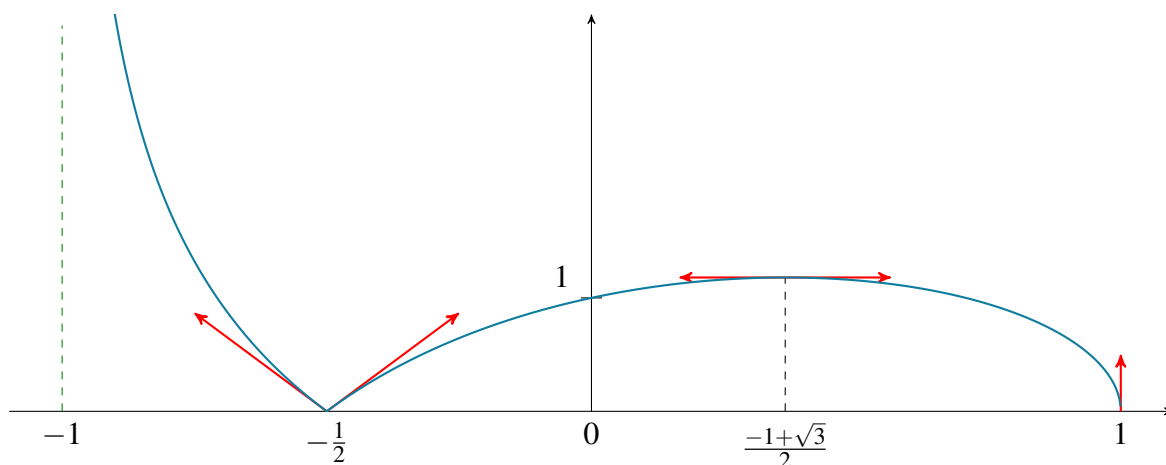
x	$-\frac{1}{2}$	$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$	1
$x - 1$		-	-
$2x^2 + 2x - 1$	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-
f	0		0

$$f(x_2) = \frac{5(\sqrt{3} - 1)}{2\sqrt{2}\sqrt{3}}$$

8 Le tableau de variations complet de f est :

x	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$	1
f	$+\infty$	0	0	0

On a alors la courbe suivante :



- D'après l'exercice précédent, $f'(x) = \frac{2x[1 - \ln(x^2 + 1)]}{(x^2 + 1)^2}$.

Sur $[0; +\infty[$, $2x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $1 - \ln(x^2 + 1)$.

$$1 - \ln(x^2 + 1) > 0 \iff \ln(x^2 + 1) < 1$$

$$\iff x^2 + 1 < e^1$$

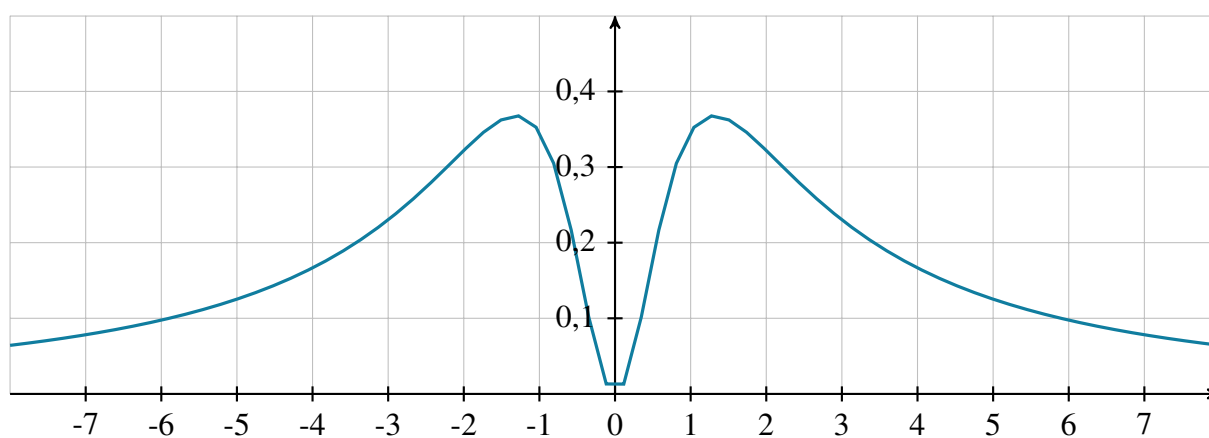
$$\iff x^2 < e - 1$$

$$\iff 0 < x < \sqrt{e - 1}$$

On obtient alors le tableau de variations suivant sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	$-\sqrt{e-1}$	0	$\sqrt{e-1}$	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$			e^{-1}				e^{-1}		
		0		0		0		0	

$$\begin{aligned} f(\sqrt{e-1}) &= \frac{\ln(e-1+1)}{e-1+1} \\ &= \frac{1}{e} \\ &= e^{-1} \end{aligned}$$



■ Corrigé de l'exercice 9.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

- 1 Il faut que $1 + \frac{1}{x} > 0$, ou encore $\frac{x+1}{x} > 0$. En étudiant le signe de ce quotient, on trouve :

$$\mathcal{D}_f =]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[.$$

- 2 $f'(x) = \frac{-\frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{-1}{x^2(1 + \frac{1}{x})}$.

On sait que sur \mathcal{D}_f , $1 + \frac{1}{x} > 0$ donc $f'(x) < 0$.

Ainsi, f est strictement décroissante sur $]-\infty; -1[$ et sur $]0; +\infty[$.

et

$$X_2 = \frac{9 + \frac{3}{\sqrt{2}} + \left(9 - \frac{3}{2}\sqrt{2}\right)}{6} = 3.$$

Ainsi,

$$\cos x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad \cos x_2 = 3 \text{ (impossible car } 3 > 1),$$

soit :

$$x_1 = \frac{\pi}{4} \quad \text{ou} \quad x_1 = -\frac{\pi}{4}.$$

Finalement, on a :

$$\mathcal{S} = \left\{ -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right\}$$

■ Corrigé de l'exercice 3.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

1 $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 \geq 0.$

D'après l'exercice précédent, le polynôme $2X^2 - 3X + 1$ se factorise sous la forme :

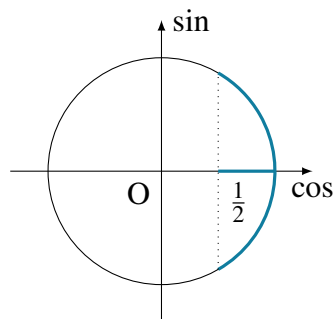
$$2(X - 1) \left(X - \frac{1}{2} \right).$$

Ainsi,

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 2(\cos x - 1) \left(\cos x - \frac{1}{2} \right).$$

- $-1 \leq \cos x \leq 1$ donc $-2 \leq \cos x - 1 \leq 0$

- $\cos x - \frac{1}{2} > 0 \iff \cos x > \frac{1}{2}$
 $\iff x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \right]$



D'où le tableau suivant :

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	π		
$\cos x - 1$		-	-	-	0	
$\cos x - \frac{1}{2}$	-	0	+	0	-	
$2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1$	+	0	-	0	+	0

L'ensemble solution de l'inéquation est donc :

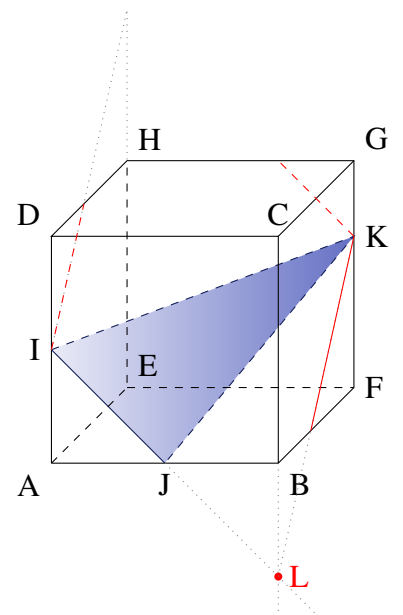
$$\mathcal{S} = \left[-\pi; -\frac{\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{\pi}{3}; \pi \right]$$

2 $2 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 < 0.$

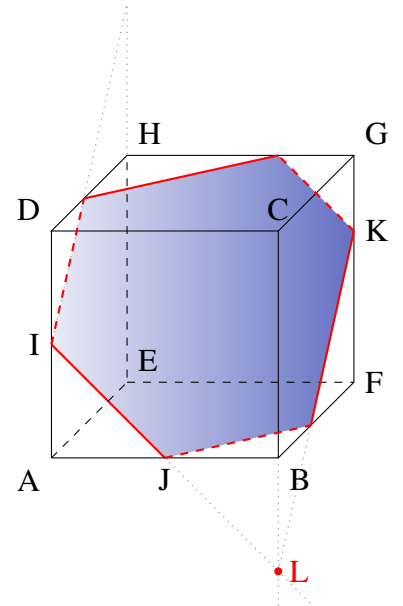
D'après l'exercice précédent,

$$2 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 2(\sin x + 2) \left(\sin x + \frac{1}{2} \right).$$

De même, la section de la face (EFGH) par (IJK) est une droite parallèle à (IJ) passant par K :



Il ne reste plus qu'à fermer la figure en rouge et nous obtenons la section du cube par le plan (IJK) :



■ Corrigé de l'exercice 3.

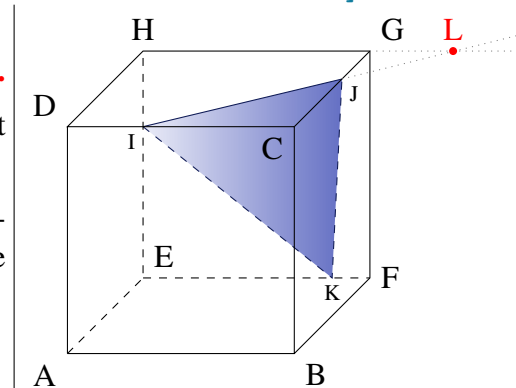
[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

Étape 1 : on prolonge la droite (IJ) car I et J sont sur la même face.

Nous trouvons ainsi l'intersection de (IJ) et (HG) : on nomme ce point L.

Pourquoi chercher l'intersection de (IJ) avec (HG) ? Parce que le troisième point (K) est sur la face (EFGH) et que (HG) est aussi sur cette face.

(IJ) coupe aussi (DH), mais (DH) n'est pas incluse dans (EFGH).



The background features a gradient from deep blue at the bottom to purple at the top. On the left and right sides, there are glowing, ethereal shapes that resemble smoke or light trails, with a soft, bokeh-like effect. The text is centered in the middle of the image.

Deuxième partie

Enseignement de spécialité

Arithmétique

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

A Exercices d'application du cours

R Exercices de réflexion

👉 Exercice & corrigé relus avec attention pour éviter les erreurs

3 juin 2018

Division euclidienne – Multiples et diviseurs

■ Exercice 1. Critère de divisibilité

★★★★☆ **A**

Corrigé page 271

On pose $A_n = 2n^2 + 11n + 32$ et $B_n = n + 3$ pour tout entier relatif n .
On se demande pour quelles valeurs de n B_n divise A_n .

- 1 Montrer que $A_n = (n + 3)(2n + 5) + 17$.
- 2 Conclure.

■ Exercice 2. Avec une somme géométrique

★★★★☆ **A**

Corrigé page 271

On souhaite démontrer que $5^n + 19$ est toujours divisible par 4 pour tout entier naturel n .

- 1 Exprimer de façon plus simple la somme $1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{n-1}$ en fonction de n .
- 2 Conclure.

■ Exercice 3. Divisibilité par 2 et 3

★★★★☆ **R**

Corrigé page 272

Démontrer que pour tout entier relatif p , $p(p^2 - 1)$ est divisible par 2 et par 3.

■ Exercice 4. Divisibilité par 8

★★★★☆ **R**

Corrigé page 272

Démontrer que pour tout entier naturel n impair, $n^2 - 1$ est divisible par 8.

■ Exercice 5. Reste de la division euclidienne par 11

★★★★☆ **R**

Corrigé page 273

- 1 Déterminer le reste de la division euclidienne de 100 par 11, de 1 000 par 11, de 10 000 par 11, de 100 000 par 11.
Quelle conjecture peut-on alors faire ?
- 2 Démontrer la conjecture.

Calculs matriciels

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

A Exercices d'application du cours

R Exercices de réflexion

👉 Exercice & corrigé relus avec attention pour éviter les erreurs

3 juin 2018

Opérations sur les matrices

■ Exercice 1. Opérations élémentaires

★★★★☆ **A**

Corrigé page 297

On donne les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -5 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

1 Calculer $A + B$.

3 Calculer AC .

2 Calculer $2A$.

4 Calculer CA .

■ Exercice 2. À la recherche d'une matrice

★★★★☆ **R**

Corrigé page 298

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1 Vérifier que $AI = IA = A$.

2 Trouver la matrice $B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ telle que $AB = I$.

3 Vérifier que $BA = I$.

■ Exercice 3. Puissance d'une matrice et raisonnement par récurrence

★★★★☆ **R**

Corrigé page 298

On considère les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1 Calculer A^2 .

2 Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n non nul, $(I + A)^n = I + nA$.

3 En déduire une expression de B^n en fonction de n .