Dérivation

Une fiche de cours de Stéphane Pasquet – Mise à jour : 6 mai 2021

(https://courspasquet.fr) (https://mathweb.fr)

Nombre dérivé

Définition

Le nombre dérivé d'une fonction f en une valeur a est le nombre noté $f'(a)$ tel que :

$$\boxed{f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}} \quad \text{ou} \quad \boxed{f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

C'est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $x = a$.

Équation de la tangente

L'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a est :

$$\boxed{y = f'(a)(x-a) + f(a)}$$

Exemple : $f(x) = x^2$. Trouvez l'équation réduite de la tangente à sa courbe représentative au point d'abscisse 3.

$$\begin{aligned}\frac{f(a+h) - f(a)}{h} &= \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} \\ &= \frac{a^2 + 2ah + h^2 - a^2}{h} \\ &= \frac{h(2a+h)}{h} \\ &= 2a + h.\end{aligned}$$

$f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} (2a + h) = 2a$.

Donc $f'(3) = 2 \times 3 = 6$.

L'équation de la tangente est donc :

$$\begin{aligned} y &= f'(3)(x-3) + f(3) \\ y &= 6(x-3) + 3^2 \\ y &= 6x - 9 \end{aligned}$$

Fonctions dérivées

$f(x)$	$f'(x)$
$k \in \mathbb{R}$	0
ax	a
x^2	$2x$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
x^n $(n \in \mathbb{Z})$	nx^{n-1}
$\sqrt{ax+b}$	$\dfrac{a}{2\sqrt{ax+b}}$

Fonction	Dérivée
$k \times u$ ($k \in \mathbb{R}$, u : fonction)	$k \times u'$
$u + v$	$u' + v'$
uv	$u'v + v'u$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v - v'u}{v^2}$
$g(ax+b)$	$a \times g'(ax+b)$