Vecteurs

Une fiche de cours de Stéphane Pasquet - Mise à jour : 15 janvier 2021

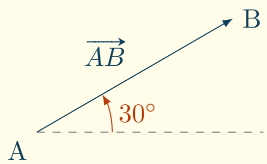
(https://cours-particuliers-bordeaux.fr) (https://mathweb.fr)

Généralités

Définition

Un vecteur est défini par :
- son sens
- sa direction
- sa norme

Il est représenté par une flèche.



- Sens de $\overrightarrow{AB}$: de la gauche vers la droite
- Direction de $\overrightarrow{AB}$: inclinaison de 30° avec l'horizontale
- Norme de $\overrightarrow{AB}$: $\|\overrightarrow{AB}\| = 3$ cm (distance entre A et B)

A est l'origine du vecteur $\overrightarrow{AB}$, B est son extrémité.

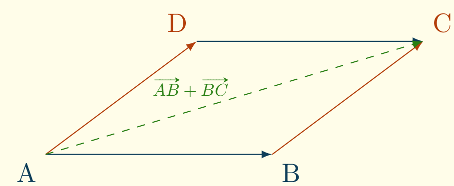
Propriétés du parallélogramme

Règle du parallélogramme : si ABCD est un parallélogramme alors :

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}} \quad \text{et} \quad \boxed{\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}}$$

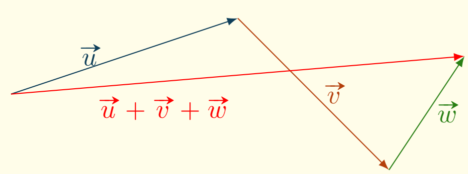
Relation de Chasles :

$$\boxed{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$$



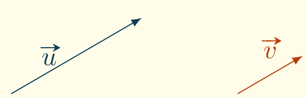
Somme de deux vecteurs

Pour ajouter plusieurs vecteurs, on met leurs représentants (les flèches) les uns à la suite des autres.
Le vecteur somme est représenté par la flèche dont l'origine est celle du premier vecteur et dont l'extrémité est celle du dernier vecteur.



Vecteurs colinéaires

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.
Dans le schéma ci-contre, $\vec{u} = 2\vec{v}$: même sens, même direction et la norme de $\vec{u}$ est le double de celle de $\vec{v}$.

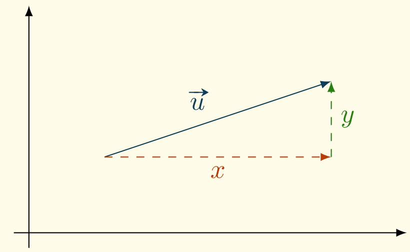


Propriété : si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires alors A, B et C sont alignés.

Dans un repère orthonormé

Coordonnées d'un vecteur

Les coordonnées d'un vecteur représente le déplacement en abscisse et en ordonnée pour aller de l'origine à l'extrémité.



Si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors il y a un déplacement de x unités horizontalement et y unités verticalement.

Calcul des coordonnées : si A$(x_A\,;y_A)$ et B$(x_B\,;y_B)$ alors :

$$\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}}$$

Propriété : si k est un nombre réel et $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors les coordonnées de $k\vec{u}$ sont $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

Propriété : si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ alors les coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$ sont $\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$.

Norme d'un vecteur

si A$(x_A\,;y_A)$ et B$(x_B\,;y_B)$ alors :

$$\boxed{\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

Vecteurs colinéaires

$$\boxed{\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \text{ colinéaires} \iff xy' = x'y}$$