Suites arithmétiques et géométriques

Première, enseignement de spécialité

9 octobre 2023

Réponses

Vous trouverez ci-dessous les réponses correctes.

1 La suite (u_n) définie par la relation $u_n = 3n + 2$ est :

☑ Arithmétique ☐ Géométrique ☐ Ni l'une, ni l'autre

Le terme u_n est définie par une fonction affine. La suite est donc arithmétique car elle est de la forme $u_n = rn + u_0$. La raison de la suite est donc égale à 3.

2 La suite (v_n) définie par la relation $v_n = 3n^2 + 2$ est :

☐ Arithmétique ☐ Géométrique ☑ Ni l'une, ni l'autre

Le terme général v_n n'est ni de la forme $v_0 + nr$ (fonction affine), ni de la forme $v_0 \times q^n$. La suite n'est donc ni arithmétique, ni géométrique.

3 La suite (w_n) définie par la relation $w_n = -\frac{1}{3} \times 0,7^n$ est :

☐ Arithmétique ☑ Géométrique ☐ Ni l'une, ni l'autre

Le terme w_n est de la forme $w_0 \times q^n$, avec $q = 0,7$. Donc la suite est géométrique.

4 La suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 5$ et par la relation de récurrence $u_{n+1} = 3u_n^2$ est :

☐ Arithmétique ☐ Géométrique ☑ Ni l'une, ni l'autre

La relation de récurrence n'est ni de la forme $u_{n+1} = u_n + r$, ni de la forme $u_{n+1} = qu_n$.

5 La suite (v_n) définie par son premier terme $v_0 = 5$ et par la relation de récurrence $v_{n+1} = 3 + v_n$ est :

☑ Arithmétique ☐ Géométrique ☐ Ni l'une, ni l'autre

La relation de récurrence nous dit ici que pour calculer un terme (v_{n+1}), il faut ajouter 3 au terme précédent (u_n). C'est donc une suite arithmétique.

6 **La suite (w_n) définie par son premier terme $w_0 = 5$ et par la relation de récurrence $w_{n+1} = 3w_n$ est :**

☐ Arithmétique ☑ Géométrique ☐ Ni l'une, ni l'autre

La relation de récurrence nous dit ici que pour calculer un terme (w_{n+1}), il faut multiplier par 3 le terme précédent (w_n). C'est donc une suite géométrique.

7 **Quelle est la raison de la suite arithmétique (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = 7 - 5n$?**

☐ 7 ☑ -5 ☐ $\frac{-5}{7}$

8 **Quelle est la raison de la suite arithmétique (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = 3 - 6(n+1)$?**

☐ 3 ☑ -6 ☐ -2

$v_n = 3 - 6(n+1) = -3 - 6n = v_0 + r \times n$ donc $r = -6$.

9 **Quel est le premier terme de la suite arithmétique (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = 3 - 6(n+1)$?**

☐ 3 ☐ -6 ☑ -3

$v_n = 3 - 6(n+1) = -3 - 6n = v_0 + r \times n$ donc $v_0 = -3$.

10 **Quelle est la raison de la suite géométrique $(w_n)_{n\geqslant 0}$ définie pour tout entier naturel n par : $w_n = -\frac{1}{2}(-0,7)^n$?**

☑ $-0,7$ ☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $0,7$

11 **Quelle est le premier terme de la suite géométrique $(t_n)_{n\geqslant 1}$ définie pour tout entier naturel n par : $t_n = -\frac{1}{2}(-0,6)^{n+1}$?**

☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $-0,6$ ☑ $-0,18$

La suite commence au rang $n = 1$ d'après sa définition. Donc son premier terme est $t_1 = -\frac{1}{2}(-0,6)^2 = 0,18$.

12 **Quelle est le premier terme de la suite géométrique $(z_n)_{n\geqslant 1}$ définie pour tout entier naturel n par : $z_n = 12 \times \dfrac{0,6^{n+1}}{0,5^n}$?**

- ☐ 12
- ☑ $8,64$
- ☐ $7,2$

La suite commence au rang $n = 1$ d'après sa définition. Donc son premier terme est $z_1 = 12 \times \dfrac{0,6^2}{0,5^1} = 8,64$.

13 **Quelle est la raison de la suite géométrique $(z_n)_{n\geqslant 1}$ définie pour tout entier naturel n par : $z_n = 12 \times \dfrac{0,6^{n+1}}{0,5^n}$?**

- ☑ $1,2$
- ☐ $0,6$
- ☐ $\dfrac{5}{6}$

$z_n = 12 \times \dfrac{0,6^n}{0,5^n} \times 0,6 = 7,2 \times \left(\dfrac{0,6}{0,5}\right)^n = 7,2 \times \dfrac{0,6}{0,5} \times \left(\dfrac{0,6}{0,5}\right)^{n-1}$. Comme la suite commence au rang $n = 1$, $z_n = z_1 \times q^{n-1}$. Donc $q = \dfrac{0,6}{0,5} = 1,2$.

14 **La suite (u_n) est arithmétique. Sa raison vaut $r = 5$. On sait que $u_8 = 12$. Que vaut u_2 ?**

- ☑ -18
- ☐ -13
- ☐ 42

$u_8 = u_2 + (8-2)r \iff 12 = u_2 + 6 \times 5 \iff u_2 = 12 - 30 = -18.$

15 **La suite (u_n) est arithmétique. On sait que $u_4 = 12$ et $u_7 = 45$. Que vaut sa raison r ?**

- ☐ $\dfrac{57}{3}$
- ☑ 11
- ☐ $\dfrac{1}{11}$

$u_9 = u_4 + (9-4)r.$

16 **La suite (u_n) est géométrique de raison négative. On sait que $u_5 = 10$ et $u_7 = 102,4$. Que vaut sa raison q ?**

- ☐ 1,8
- ☐ 3,2
- ☑ $-3,2$

$u_7 = q^2 u_5 \iff q^2 = \dfrac{102,4}{10} \iff q = -\sqrt{102,4}10 = -3,2$ car $q > 0$.

17 **Que vaut la somme : $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 60$?**

- ☐ 1 770
- ☑ 1 830
- ☐ 1 990

$1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ donc $S = \dfrac{60 \times 61}{2} = 1\,830$.

18 **Que vaut la somme $A = 125 + 130 + 135 + \cdots + 255$?**

- ☐ 4 875
- ☑ 5 130
- ☐ 5 390

A est la somme des premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 125$ et de raison $r = 5$. Notons $u_n = 255 = u_0 + 5n$. On en déduit que $n = 26$. Il y a donc 27 termes dans la somme A. D'où $A = 27 \times \dfrac{125 + 255}{2} = 5\,130$.

19 **Que vaut la somme $G = 333 + 111 + 37 + \cdots + \dfrac{37}{3^{10}}$?**

- ☐ $333\left(1 - \dfrac{1}{3^{10}}\right)$
- ☐ $\dfrac{999}{2}\left(1 - \dfrac{1}{3^{10}}\right)$
- ☑ $\dfrac{999}{2}\left(1 - \dfrac{1}{3^{12}}\right)$

Il y a 12 termes dans cette somme.

20 **Mon capital financier est placé sur un compte qui rapporte 5 % chaque année. La suite qui modélise ce capital est :**

- ☐ Arithmétique
- ☑ Géométrique
- ☐ Ni l'une, ni l'autre

Chaque année, le capital est multiplié par 1,05 ; la suite est donc géométrique.