

# PPCM et PGCD

Seconde générale

13 septembre 2023

## Réponses

Vous trouverez ci-dessous les réponses correctes.

**1** Une méthode pour déterminer le PGCD de deux nombres entiers est :

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> L'algorithme d'Euler              | <input type="checkbox"/> Le crible d'Ératosthène |
| <input checked="" type="checkbox"/> L'algorithme d'Euclide | <input type="checkbox"/> La table des diviseurs  |

**2** Pour deux entiers naturels  $a$  et  $b$ , le produit  $\text{PPCM}(a; b) \times \text{PGCD}(a; b)$  vaut :

- |  |  |
|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $a \times b$ | <input type="checkbox"/> $\frac{a}{b}$ |
| <input type="checkbox"/> $a - b$                 | <input type="checkbox"/> $a + b$       |

**3** Voici l'algorithme d'Euclide exécuté pour 2037 et 519 :

$$\begin{aligned}2037 &= 3 \times 519 + 480 \\519 &= 1 \times 480 + 39 \\480 &= 12 \times 39 + 12 \\39 &= 3 \times 12 + 3 \\12 &= 4 \times 3 + 0\end{aligned}$$

On peut alors déduire que le PGCD de 2037 et 512 vaut :

- |                             |                                       |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0  | <input checked="" type="checkbox"/> 3 |
| <input type="checkbox"/> 12 | <input type="checkbox"/> 39           |

**4**  $\text{PGCD}(1010; 111) =$

- |                                       |                              |
|---------------------------------------|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0            | <input type="checkbox"/> 11  |
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 111 |

On a :

$$\begin{aligned}1010 &= 9 \times 111 + 11 \\111 &= 10 \times 11 + 1 \\11 &= 11 \times 1 + 0\end{aligned}$$

Donc  $\text{PGCD}(1010; 111) = 1$ .

5 PGCD (9 909 ; 99) =

- 0  
 1

- 9  
 99

On a :

$$9\,909 = 100 \times 99 + 9$$

$$99 = 11 \times 9 + 0$$

Donc PGCD (9 909 ; 99) = 9.

6 On sait que PGCD (84 ; 18) = 6. Que vaut PPCM (84 ; 18) ?

- $84 \times 18$   
  $84 \times 3$

- $\frac{84}{18 \times 6}$   
  $84 \times 18 \times 6$

On sait que PGCD (84 ; 18)  $\times$  PPCM (84 ; 18) =  $84 \times 18$  donc :

$$\text{PPCM}(84; 18) = \frac{84 \times 18}{6} = 84 \times \frac{18}{6} = 84 \times 3.$$

7 On sait que PGCD ( $a ; b$ ) = 2 et PPCM ( $a ; b$ ) = 46. Alors,  $a \times b =$  :

- 92  
 23

- 44  
 48

8 On sait que PPCM ( $a ; b$ ) = 170 et que  $b$  est un nombre premier. Alors :

- $b \in \{1; 2; 5; 10; 17; 34; 85; 170\}$   
  $a = 10$  et  $b = 17$

- $a = 2$  et  $b = 85$   
  $a = 1$  et  $b = 170$

Examinons les propositions 2, 3 et 4 :

- si  $a = 10$  et  $b = 17$  alors PGCD ( $a ; b$ ) = 1 et PPCM ( $a ; b$ ) = 170. Cette proposition est possible ;
- si  $a = 2$  et  $b = 85$  alors PGCD ( $a ; b$ ) = 1 et PPCM ( $a ; b$ ) = 170. Cette proposition est possible ;
- si  $a = 1$  et  $b = 170$  alors PGCD ( $a ; b$ ) = 1 et PPCM ( $a ; b$ ) = 170. Cette proposition est possible.

Ces trois propositions sont donc possibles mais pas obligatoires : on ne peut pas affirmer que la proposition  $a = 10$  et  $b = 17$  est vraie à tous les coups.

Par conséquent, les trois propositions sont fausses. Seule la première proposition est exacte car  $b$  est nécessairement un diviseur de 170 (par définition), et tous les diviseurs de 170 se trouvent dans l'ensemble  $\{1; 2; 5; 10; 17; 34; 85; 170\}$ .

9 Un chef d'orchestre fait répéter 372 choristes hommes et 775 choristes femmes pour un concert. Il veut faire des groupes de répétition de sorte que le nombre de choristes femmes soit le même dans chaque groupe, que celui d'hommes soit le même dans chaque groupe, et que chaque choriste appartienne à un unique groupe. Combien de groupes peut-il former au maximum ?

5

71

31

101

PGCD(372;775) = 31 donc il peut former au maximum 31 groupes en respectant ses contraintes.

10 Le Robot Shaun exécute une tâche A toutes les 2037 secondes, et le robot Mimo exécute une tâche B toutes les 519 secondes.

S'ils exécutent en même temps ces tâches, combien de secondes devra-t-on attendre au minimum pour qu'ils exécutent à nouveau ces tâches en même temps ?

519

109 765

2037

352 401

Le temps minimum à attendre correspond au PPCM des deux nombres.