Équations différentielles, primitives

Terminale, enseignement de spécialité

18 juin 2025

Réponses

Vous trouverez ci-dessous les réponses correctes.

1 **Résolvez l'équation différentielle $y' = x$.**

- ☐ $y(x) = x^2 + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = \dfrac{x^2}{2}$
- ☐ $y(x) = x + C$ où C est une constante
- ☑ $y(x) = \dfrac{x^2}{2} + C$ où C est une constante

2 **Résolvez l'équation différentielle $y' = \sin(x)$.**

- ☑ $y(x) = -\cos(x) + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = \sin(x) + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = \cos(x) + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = -\sin(x) + C$ où C est une constante

3 **Résolvez l'équation différentielle $y' = \mathrm{e}^x$.**

- ☐ $y(x) = x\mathrm{e}^x + C$ où C est une constante
- ☑ $y(x) = \mathrm{e}^x + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = \mathrm{e}^x$
- ☐ $y(x) = x\mathrm{e}^x$

4 **Résolvez l'équation différentielle $y' = \dfrac{1}{x}$.**

- ☐ $y(x) = \ln(x) + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = \dfrac{1}{x^2} + C$ où C est une constante
- ☑ $y(x) = \ln|x| + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = -\dfrac{1}{x^2} + C$ où C est une constante

5 **Résolvez l'équation différentielle $y' = \ln(x)$.**

- ☑ $y(x) = x\ln(x) - x + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = \ln(x) + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = \dfrac{\ln(x)}{x} + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = x\ln(x) + C$ où C est une constante

Ici, on peut dériver les propositions et ne retenir que celle dont la dérivée vaut $\ln(x)$.

6 **Résolvez l'équation différentielle $y' = \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 1$.**

- ☐ $y(x) = \frac{1}{6}x^4 + x^3 - x + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 1 + C$ où C est une constante
- ☑ $y(x) = \frac{1}{8}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - x + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = \frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x + C$ où C est une constante

7 **Résolvez l'équation différentielle $y' = \frac{2}{3}e^{3x+1}$.**

- ☐ $y(x) = \frac{2}{3}e^{3x+1} + C$ où C est une constante
- ☑ $y(x) = \frac{2}{9}e^{3x+1} + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = 2e^{3x+1} + C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = \frac{2}{9}e^{3x} + C$ où C est une constante

8 **Résolvez l'équation différentielle suivante : $y' = y$:**

- ☐ $y(x) = e^x$
- ☐ $y(x) = C$ où C est une constante
- ☑ $y(x) = Ce^x$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = x + C$ où C est une constante

9 **Résolvez l'équation différentielle suivante : $y' = -2y$:**

- ☑ $y(x) = Ce^{-2x}$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = C$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = e^{-2x}$
- ☐ $y(x) = x + C$ où C est une constante

10 **Résolvez l'équation différentielle suivante : $y' = 3y + 2$:**

- ☐ $y(x) = Ce^{3x}$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^{3x} + 2$ où C est une constante
- ☑ $y(x) = Ce^{3x} - \frac{2}{3}$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^{3x} + \frac{2}{3}$ où C est une constante

11 **Résolvez l'équation différentielle suivante : $y' = y + e^x$:**

- ☐ $y(x) = Ce^x$ où C est une constante
- ☑ $y(x) = Ce^x - xe^x$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^x + e^x$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^x + xe^x$ où C est une constante

L'équation différentielle $y' = y + e^x$ est une équation différentielle linéaire du premier ordre. Nous utilisons la méthode de variation des constantes pour trouver la solution. La solution homogène est $y_h(x) = Ce^x$. Pour trouver une solution particulière, nous supposons une solution de la forme $y_p(x) = u(x)e^x$. En substituant dans l'équation différentielle, nous obtenons :

$$u'(x)e^x = e^x \implies u'(x) = 1 \implies u(x) = x + C.$$

Ainsi, la solution générale est $y(x) = Ce^x - xe^x$, où C est une constante.

12 **Résolvez l'équation différentielle suivante : $y' = 2y + 3$:**

- ☐ $y(x) = Ce^{2x}$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^{2x} + 3$ où C est une constante
- ☑ $y(x) = Ce^{2x} - \frac{3}{2}$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^{2x} + \frac{3}{2}$ où C est une constante

13 **Résolvez l'équation différentielle suivante : $y' = -y + x$:**

- ☑ $y(x) = Ce^{-x} + x - 1$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^{-x}$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^{-x} + x$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^{-x} + x + 1$ où C est une constante

14 **Résolvez l'équation différentielle suivante : $y' = y + \sin(x)$:**

- ☐ $y(x) = Ce^{x} - \frac{1}{2}(\sin(x) + \cos(x))$, $C \in \mathbb{R}$
- ☐ $y(x) = Ce^{x}$, $C \in \mathbb{R}$
- ☐ $y(x) = Ce^{x} + \sin(x)$, $C \in \mathbb{R}$
- ☑ $y(x) = Ce^{x} - \frac{1}{2}(\sin(x) - \cos(x))$, $C \in \mathbb{R}$

15 **Résolvez l'équation différentielle suivante : $y' = -2y + e^{-x}$:**

- ☐ $y(x) = Ce^{-2x} + e^{-x}$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^{-2x} + xe^{-x}$ où C est une constante
- ☐ $y(x) = Ce^{-2x} + \frac{1}{2}e^{-x}$ où C est une constante
- ☑ $y(x) = Ce^{-2x} + xe^{-2x}$ où C est une constante