Combinatoire

Terminale, enseignement de spécialité

19 juin 2025

Réponses

Vous trouverez ci-dessous les réponses correctes.

1 **Combien de façons différentes peut-on ordonner les lettres du mot "ALGÈBRE" si toutes les lettres sont distinctes ?**

- ☐ 7
- ☑ 7!
- ☐ 6!
- ☐ 6

Il y a 7 lettres distinctes, donc le nombre d'arrangements possibles est $7! = 5\,040$.

2 **Combien de « mots » de 3 lettres peut-on faire avec les lettres A, B, C, D, E (pas de répétition de lettres) ?**

- ☐ 5^3
- ☐ $3!$
- ☐ $5!$
- ☑ $5 \times 4 \times 3$

C'est un arrangement de 3 éléments parmi 5 sans répétition, soit $A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$.

3 **Combien de groupes de 4 élèves peut-on former sur un ensemble de 10 élèves, sans ordre ni répétition ?**

- ☐ 10×4
- ☑ $\binom{10}{4}$
- ☐ 10^4
- ☐ $\dfrac{10!}{4!}$

Le nombre de combinaisons de 4 éléments parmi 10 est donné par $\binom{10}{4} = \dfrac{10!}{4!(10-4)!} = 210$.

4 **On lance deux dés à 6 faces. Combien y a-t-il de résultats possibles différents pour le couple (résultat du premier dé, résultat du second dé) ?**

- ☑ 36
- ☐ 12
- ☐ 6
- ☐ $2 \times 6!$

Chaque dé a 6 issues, et les lancers sont indépendants. Il y a donc $6 \times 6 = 36$ couples possibles.

5 **Combien de mots de 3 lettres peut-on former avec les lettres A, B, C si la répétition est autorisée et l'ordre compte ?**

- ☐ $3 \times 2 \times 1$
- ☑ 3^3
- ☐ $3!$
- ☐ $9!$

On a 3 choix pour chaque lettre, avec répétition, donc $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$ mots possibles.

6 **Un sac contient 5 boules rouges et 3 boules bleues indiscernables au toucher. On tire successivement 2 boules sans remise. Combien de couples différents de boules (rouge ou bleue) peut-on obtenir ?**

- ☐ 8×7
- ☐ 8^2
- ☑ $\binom{8}{2}$
- ☐ $\binom{5}{2} + \binom{3}{2}$

Le nombre total de façons de choisir 2 boules parmi 8 sans remise et sans tenir compte de l'ordre est $\binom{8}{2} = 28$.

7 **Dans un club, il y a 6 filles et 4 garçons. Combien de façons peut-on constituer une équipe de 3 personnes comprenant exactement 2 filles et 1 garçon ?**

- ☐ $\binom{10}{3}$
- ☑ $\binom{6}{2} \times \binom{4}{1}$
- ☐ $\binom{6}{3} + \binom{4}{3}$
- ☐ $\binom{6}{2} + \binom{4}{1}$

On choisit 2 filles parmi 6 et 1 garçon parmi 4 : $\binom{6}{2} \times \binom{4}{1} = 15 \times 4 = 60$ équipes possibles.

8 **Un mot de passe est composé de 4 lettres choisies parmi les 26 lettres de l'alphabet, sans répétition. Combien de mots différents peut-on former ?**

- ☐ $4!$
- ☐ 26^4
- ☐ $\binom{26}{4}$
- ☑ $26 \times 25 \times 24 \times 23$

C'est un arrangement de 4 lettres parmi 26, sans répétition : $A_{26}^4 = 26 \times 25 \times 24 \times 23$.

9 **Dans le développement de $(2x - 3)^5$, combien de termes contient l'expression développée et réduite ?**

- ☐ 5
- ☐ 10
- ☑ 6
- ☐ 2^5

Il y a $n + 1$ termes distincts dans le développement de $(a + b)^n$. Ici, $n = 5$, donc il y a 6 termes.

10 **On tire au hasard 3 fois une boule dans une urne contenant 5 boules numérotées de 1 à 5, avec remise. Combien d'issues possibles pour ce tirage ?**

- ☑ 5^3
- ☐ $\binom{5}{3}$
- ☐ $5 \times 4 \times 3$
- ☐ 3^5

Chaque tirage offre 5 possibilités, et les tirages sont indépendants (avec remise), donc $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$ issues.

11 **Combien de mains de 5 cartes tirées dans un jeu de 32 cartes contiennent exactement 1 roi ?**

- ☐ $\binom{4}{1} \times \binom{31}{4}$
- ☑ $\binom{4}{1} \times \binom{28}{4}$
- ☐ $\binom{4}{1} \times \binom{4}{4}$
- ☐ $\binom{32}{5} - \binom{28}{5}$

On choisit 1 roi parmi 4, puis 4 cartes parmi les 28 autres cartes (hors rois), soit $\binom{4}{1} \times \binom{28}{4}$.

12 **Combien de mains de 5 cartes ne contenant que des cartes rouges peut-on tirer dans un jeu de 52 cartes ?**

- ☐ 2^5
- ☐ $\binom{52}{5}$
- ☑ $\binom{26}{5}$
- ☐ 26^5

Il y a 26 cartes rouges (cœurs et carreaux), donc on choisit 5 cartes parmi elles : $\binom{26}{5}$.

13 **Combien de mains de 5 cartes contiennent exactement 3 figures (valet, dame ou roi) dans un jeu de 32 cartes ?**

- ☑ $\binom{12}{3} \times \binom{20}{2}$
- ☐ $\binom{32}{5}$
- ☐ $\binom{12}{3} \times \binom{20}{3}$
- ☐ $\binom{12}{5}$

Il y a 12 figures (3 par couleur), donc $\binom{12}{3}$ façons de choisir 3 figures, et $\binom{20}{2}$ façons de choisir 2 cartes parmi les autres (cartes non figures).

14 **Combien de mains de 5 cartes tirées dans un jeu de 52 cartes contiennent au moins un as ?**

- ☐ $\binom{4}{1} \times \binom{48}{4}$
- ☑ $\binom{52}{5} - \binom{48}{5}$
- ☐ $\binom{4}{5}$
- ☐ 4^5

On enlève les cas sans aucun as (on tire parmi les 48 cartes restantes) du total des mains : $\binom{52}{5} - \binom{48}{5}$.

15 **Parmi les propositions suivantes, lesquelles donnent le nombre de mains de 5 cartes contenant au moins une figure (valet, dame ou roi) dans un jeu de 32 cartes ?**

- ☑ $\binom{32}{5} - \binom{20}{5}$
- ☑ $\displaystyle\sum_{k=1}^{5} \binom{12}{k}\binom{20}{5-k}$
- ☐ $12 \times \binom{31}{4}$
- ☐ $\binom{12}{1} \times \binom{20}{4}$

Il y a 12 figures et 20 cartes non figures.
Le nombre de mains sans aucune figure est $\binom{20}{5}$, donc celles avec au moins une figure est $\binom{32}{5} - \binom{20}{5}$.
On peut aussi sommer les cas avec exactement 1, 2, ..., 5 figures :

$$\sum_{k=1}^{5} \binom{12}{k}\binom{20}{5-k}$$

.

16 **Laquelle ou lesquelles des expressions suivantes donnent un nombre de combinaisons de 3 objets choisis parmi 7, sans tenir compte de l'ordre ?**

- ☑ $\dfrac{7 \times 6 \times 5}{3!}$
- ☐ $3 \times \binom{7}{3}$
- ☐ A_7^3
- ☑ $\binom{7}{3}$

La formule du nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 7 est $\binom{7}{3}$.
On peut aussi écrire : $\binom{7}{3} = \dfrac{7 \times 6 \times 5}{3!}$.
$A_7^3 = 7 \times 6 \times 5$ correspond à un arrangement, donc avec ordre. Multiplier par 3 ne correspond à aucune logique combinatoire ici.

17 **On dispose de 6 livres différents. Parmi les propositions suivantes, lesquelles donnent un nombre possible de façons de choisir et d'ordonner 4 livres parmi eux ?**

- ☑ A_6^4
- ☑ $6 \times 5 \times 4 \times 3$
- ☐ $\dfrac{6!}{2!}$
- ☑ $\dfrac{6!}{(6-4)!}$

Choisir et ordonner 4 livres parmi 6 revient à un arrangement de 4 éléments parmi 6 :

$$A_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3.$$

La formule $\dfrac{6!}{2!}$ ne correspond à rien de pertinent ici : elle n'a pas de sens combinatoire dans ce contexte.

18 **On dispose de 8 personnes. On souhaite former un comité de 3 membres. Parmi les propositions suivantes, lesquelles donnent correctement le nombre de comités distincts possibles ?**

- ☑ $\binom{8}{3}$
- ☑ $\dfrac{8!}{5! \times 3!}$
- ☐ $8 \times 7 \times 6$
- ☑ $\dfrac{8 \times 7 \times 6}{3!}$

Un comité de 3 personnes parmi 8 est une combinaison, donc sans ordre : $\binom{8}{3} = \dfrac{8!}{5! \times 3!}$.
On peut aussi écrire : $\dfrac{8 \times 7 \times 6}{3!}$, qui est une écriture équivalente.
$8 \times 7 \times 6$ est un arrangement, donc tient compte de l'ordre, ce qui est faux ici.

19 **On considère le mot « STATISTIQUES ». Parmi les propositions suivantes, lesquelles permettent de calculer le nombre d'anagrammes différentes de ce mot ?**

- ☑ $\dfrac{12!}{3! \times 2! \times 2!}$
- ☐ $12!$
- ☑ $\dfrac{12!}{6 \times 4}$
- ☐ $\dfrac{12!}{3! \times 3! \times 2! \times 2!}$

Le mot contient 12 lettres dont 3 T, 2 S, 2 I, et 4 lettres apparaissant une seule fois, donc le nombre d'anagrammes est $\dfrac{12!}{3! \times 2! \times 2!} = \dfrac{12!}{6 \times 4}$.

20 **Combien y a-t-il d'anagrammes différentes du mot « RENDEMENT » ?**

- ☑ $\dfrac{9!}{2! \times 2!}$
- ☐ $9!$
- ☑ $\dfrac{9!}{4}$
- ☐ $\dfrac{9!}{2!}$

Le mot « RENDEMENT » contient 9 lettres dont 2 E et 2 N, les autres lettres apparaissant une seule fois, donc le nombre d'anagrammes est $\dfrac{9!}{2! \times 2!} = \dfrac{9!}{4}$.