Géométrie dans l'espace

Terminale, enseignement de spécialité

19 juin 2025

Réponses

Vous trouverez ci-dessous les réponses correctes.

1 Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont dits coplanaires si...

- ils sont tous nuls leurs extrémités sont dans un même plan
 il existe des réels α, β tels que $\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ ils sont tous parallèles

2 Soit $A(1; 2; 3)$ et $B(4; 0; -1)$. Un vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$ est :

- $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$

3 Quelle est une forme correcte d'une représentation paramétrique d'une droite passant par

$A(1; 2; 3)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$?

- $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = 1t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

4 Quelle est une équation cartésienne d'un plan passant par $A(1; 2; 3)$ et de vecteur normal

$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$?

- $2x - y + z = 0$ $2x + y + z = 1$
 $2x - y + z = 3$ $2(x - 1) - (y - 2) + (z - 3) = 0$

5 Soit un point $A(1; 2; 3)$ et un plan $\mathcal{P}$ d'équation $x - 2y + 2z = 4$. Quel calcul permet de trouver la formule de la distance de A au plan $\mathcal{P}$?

$\frac{1 - 2 + 3 - 4}{\sqrt{1 + 4 + 4}}$

$\frac{|x - 2y + 2z + 4|}{3}$

$\frac{|1 - 2 \times 2 + 2 \times 3 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}}$

$\sqrt{(1 - 2)^2 + (2 + 2)^2 + (3 + 4)^2}$

6 Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ ne sont pas coplanaires si...

ils sont linéairement indépendants

ils appartiennent tous à un même plan

l'un est combinaison linéaire des deux autres

ils sont tous nuls

7 La distance d'un point A à un plan $\mathcal{P}$ est...

la longueur du segment perpendiculaire de A au plan $\mathcal{P}$

la norme du vecteur entre A et un point quelconque du plan

la plus petite distance entre A et un point du plan

toujours nulle si A appartient au plan

8 On considère les points $A(1; 0; 2)$, $B(3; 1; 0)$ et $C(2; -1; 1)$. La droite d a pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

d est orthogonale à (ABC)

d est incluse dans (ABC)

d est strictement parallèle à (ABC)

d est sécante à (ABC)

9 Soit le plan $\mathcal{P}$ d'équation $x - 2y + z = 1$ et la droite d de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - 2t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}. \text{ Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de } d \text{ et } \mathcal{P} ?$$

$(3; 2; 2)$

$(0; 1; 6)$

$(1; 0; 3)$

$(2; -1; 4)$

On remplace les expressions de x , y et z dans l'équation du plan : $(2+t) - 2(-1+3t) + (4-2t) = 8-7t$. En résolvant $8 - 7t = 1$, on trouve $t = 1$. Les coordonnées du point d'intersection sont donc $x = 3$,

$y = 2$, $z = 2$, soit $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

10 Soit le plan $\mathcal{P}$ d'équation $2x - y + z = 5$ et la droite d de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 4 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ La droite } d \text{ coupe-t-elle le plan } \mathcal{P} ?$$

- Oui, en $(2; 1; 5)$ Non, car un vecteur directeur de d est parallèle au plan $\mathcal{P}$ mais la droite n'est pas incluse dans ce plan au vecteur normal au plan $\mathcal{P}$ Oui, car la droite est contenue dans le plan $\mathcal{P}$

Un vecteur directeur de d est $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$ est $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Leur produit scalaire vaut $1 \times 2 + (-2) \times (-1) + 1 \times 1 = 5 \neq 0$, donc d n'est pas orthogonale au plan. On vérifie si un point de d (par exemple $(1; 3; 4)$) satisfait l'équation du plan : $2 \times 1 - 3 + 4 = 3 \neq 5$, donc d n'est pas incluse dans le plan. Comme un vecteur directeur n'est pas orthogonal au vecteur normal, la droite est parallèle au plan mais ne l'intersecte pas.

11 Soit le plan $\mathcal{P}$ d'équation $x + 2y - z = 4$ et la droite d de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = 3 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de } d \text{ et } \mathcal{P} ?$$

- $(1; 1; 5)$ $(2; 1; 3)$
 $(-1; 1; -3)$ $(0; 1; 0)$

On remplace $x = 2 + t$, $y = 1$, $z = 3 + 2t$ dans l'équation $x + 2y - z = 4$: $(2 + t) + 2 - (3 + 2t) = 1 - t$. En résolvant $1 - t = 4$, on obtient $t = -3$. En remplaçant dans les équations de d , on trouve $x = -1$, $y = 1$, $z = -3$, soit $(-1; 1; -3)$.