

Variables aléatoires

Première, enseignement de spécialité

mathweb.fr

16 juin 2025

Réponses

Vous trouverez ci-dessous les réponses correctes.

- 1 Un dé cubique est lancé 2 fois. On note X la variable aléatoire représentant la somme des faces obtenues à l'issue de ces deux lancers. Alors, le nombre d'éléments de X est égal à :

☐ 6
☒ 11

☐ 12
☐ 36

En effet, $X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

- 2 On dispose d'un dé cubique, dont les faces sont numérotées de 1 à 6, et d'un dé tétraédrique (dont les faces sont numérotées de 1 à 4). Ces dés sont parfaitement équilibrés. On lance ces deux dés et on s'intéresse à la somme des deux chiffres obtenus. Soit X la variable aléatoire représentant l'ensemble des sommes possibles. Alors, l'espérance de X est égale à :

☐ 4
☐ 5

☒ 6
☐ 7

On a :

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X)	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$

et donc :

$$\mathbb{E}(X) = 2 \times \frac{1}{24} + 3 \times \frac{1}{12} + \dots + 10 \times \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{E}(X) = 6$$

- 3 On jette trois fois de suite une pièce de monnaie. Si on obtient trois fois « pile » ou trois fois « face », on gagne 100 €. Sinon, on perd 10 € (ce qui correspond à un gain de -10 €). L'espérance de la variable aléatoire représentant le gain algébrique de ce jeu est égale à :

☐ 16,5
☒ 17,5

☐ 18,5
☐ 19,5

- 4 On jette trois fois de suite une pièce de monnaie. Si on obtient trois fois « pile » ou trois fois « face », on gagne 100 €. Sinon, on perd 10 € (ce qui correspond à un gain de -10 €). On ajoute ensuite 5 €.

L'espérance de la variable aléatoire représentant le gain algébrique de ce jeu est égale à :

- | | |
|--|-------------------------------|
| ☒ 22,5 | ☐ 20 |
| ☐ 20,5 | ☐ 19,5 |

Il suffit d'ajouter 5 à l'espérance trouvée à la question précédente d'après la formule $\mathbb{E}(X+5) = \mathbb{E}(X) + 5$ (linéarité de l'espérance).

- 5 Une variable aléatoire X est telle que son espérance est $\mathbb{E}(X) = 10$. On pose alors $Y = 2X + 5$. Alors, $\mathbb{E}(Y) = \dots$:

- | | |
|-----------------------------|--|
| ☐ 10 | ☒ 25 |
| ☐ 20 | ☐ 30 |

$$\mathbb{E}(2X+5) = 2\mathbb{E}(X) + 5 = 25.$$

- 6 Une variable aléatoire X est telle que sa variance $\mathbb{V}(X) = 10$. On pose alors $Y = 2X + 5$. Alors, $\mathbb{V}(Y) = \dots$:

- | | |
|-----------------------------|--|
| ☐ 25 | ☒ 40 |
| ☐ 20 | ☐ 45 |

$$\mathbb{V}(2X+5) = 2^2\mathbb{V}(X) = 4 \times 10 = 40.$$

- 7 Une variable aléatoire X est telle que son écart-type est $\sigma(X) = 10$. On pose alors $Y = 2X + 5$. Alors, $\sigma(Y) = \dots$:

- | | |
|--|-----------------------------|
| ☐ 25 | ☐ 40 |
| ☒ 20 | ☐ 45 |

$$\sigma(2X+5) = 2\sigma(X) = 2 \times 10 = 20.$$

- 8 Une variable aléatoire X est telle que son espérance vaut $\mathbb{E}(X) = 5$ et telle que $\mathbb{E}(X^2) = 40$. Alors, la variance de X est égale à :

- | | |
|--|-----------------------------|
| ☒ 15 | ☐ 40 |
| ☐ 20 | ☐ 45 |

$$\text{D'après la formule de Koenig-Huygens, } \mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2 = 40 - 5^2 = 40 - 25 = 15.$$