Sommaire

Disponible sur http://www.mathweb.fr

17 juillet 2017

■ Exercice 6. Taux d'évolution moyen

★★★★☆ R
Corrigé page 5

On considère deux évolutions successives $t_1\,\%$ et $t_2\,\%$.
On appelle *taux d'évolution moyen* le pourcentage $t\,\%$ tel que, si l'on effectue deux évolutions successives de $t\,\%$, on obtient la même évolution globale.

Calculer le taux d'évolution moyen lorsque $t_1 = 6\,\%$ et $t_2 = 10\,\%$.

■ Exercice 7. Taux d'évolution moyen, le retour

★★★★★ R
Corrigé page 6

Une grande entreprise souhaite voir le prix de ses prestations augmenter de 30 % sur 5 ans.
Les journalistes disent alors que cela fera une augmentation annuelle moyenne de 6 %. Ont-ils raison ?

■ Exercice 8. Taux d'évolution inverse

★★★☆☆ R
Corrigé page 6

Une valeur subit une évolution de 30 %.
Quelle doit être l'évolution suivante pour revenir à la valeur initiale ?

Indices

■ Exercice 9. Prix de l'essence

★☆☆☆☆ A
Corrigé page 6

En mars 2000, le litre de gazole était vendu dans une station service au prix de 0,65 €. En mars 2001, il y était vendu 0,78 €.
L'indice du prix de litre de gazole est noté I_0 (base 100 en 2000).

Calculer I_0.

■ Exercice 10. Tableau d'indices

★☆☆☆☆ A
Corrigé page 6

Compléter le tableau suivant :

Époque	Époque 0	Époque 1	Époque 2
Indice	100	108	
Prix (en €)	3,5		4,10

■ Exercice 11. Prix du timbre

★☆☆☆☆ A
Corrigé page 6

Le coût d'un timbre poste pour une lettre normale a été de :

1990	1993	1994
0,34 €	0,38 €	0,43 €

On décide d'attribuer l'indice 100 à l'année 1990.

1 Calculer les indices pour les années 1993 et 1994.

2 Quel est le pourcentage d'augmentation de 1994 par rapport à 1990 ?

Le second degré

Énoncés

17 juillet 2017

Disponible sur `http://www.mathweb.fr`

A Exercices d'application du cours

R Exercices de réflexion

✌ Exercice & corrigé relus avec attention pour éviter les erreurs

■ Exercice 1. Forme canonique et lecture graphique

★☆☆☆☆ A

Corrigé page 13

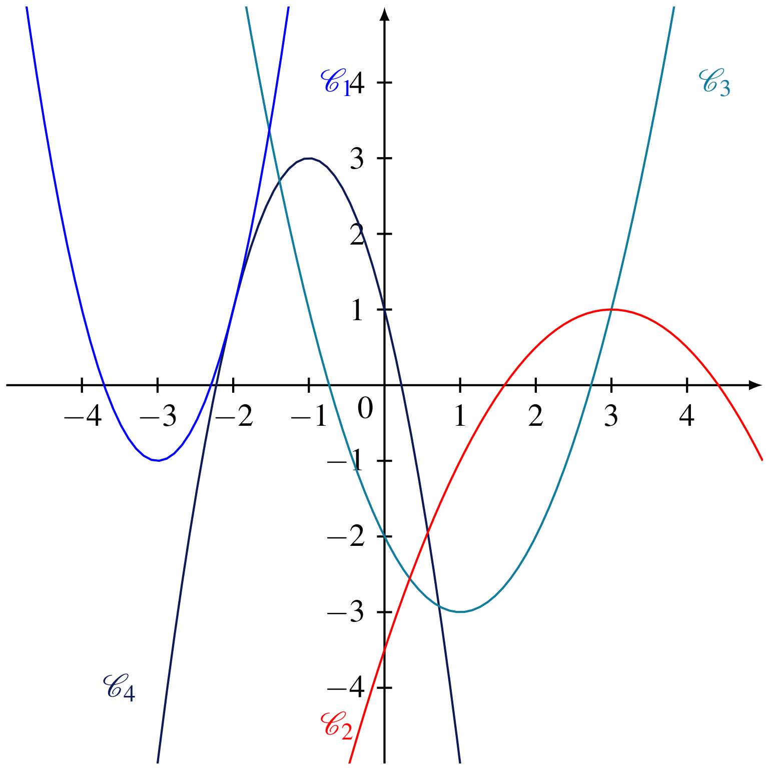
Associer les 4 fonctions suivantes à leur représentation graphique ci-dessous.

$f(x) = -2(x+1)^2+3$

$g(x) = (x-1)^2-3$

$h(x) = 2(x+3)^2-1$

$j(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2+1$



■ Exercice 2. Diverses expressions d'un trinôme du second degré

★☆☆☆☆ A

Corrigé page 13

1 Soit $f(x) = 9x^2-54x+56$.

a. Montrer que $f(x) = 9(x-3)^2-25$.

b. Montrer que $f(x) = (3x-14)(3x-4)$.

iii. $f(x) = -25 \iff 9(x-3)^2 - 25 = -25$
$$\begin{aligned}
&\iff 9(x-3)^2 = 0\\
&\iff (x-3)^2 = 0\\
&\iff x-3 = 0\\
&\iff x = 3.
\end{aligned}$$
L'unique solution de l'équation $f(x) = -25$ est donc $x = 3$.

2 $g(x) = 2x^2 + 4x - 7$.

a. $$\begin{aligned}
2(x+1)^2 - 9 &= 2(x^2 + 2x + 1) - 9\\
&= 2x^2 + 4x + 2 - 9\\
&= 2x^2 + 4x - 7\\
&= g(x).
\end{aligned}$$

b. $$\begin{aligned}
\left(x + \frac{3\sqrt{2}+2}{2}\right)\left(2x - 3\sqrt{2} + 2\right) &= 2x^2 + \left(2 - 3\sqrt{2}\right)x + \frac{3\sqrt{2}+2}{2} \times 2x\\
&\quad + \left(2 - 3\sqrt{2}\right) \times \frac{3\sqrt{2}+2}{2}\\
&= 2x^2 + \left(2 - 3\sqrt{2}\right)x + \left(2 + 3\sqrt{2}\right)x + \frac{1}{2}\left[2^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2\right]\\
&= 2x^2 + 4x + \frac{1}{2}(4 - 9 \times 2)\\
&= 2x^2 + 4x - 7\\
&= g(x).
\end{aligned}$$

c. i. $g(x) = -9 \iff 2(x+1)^2 - 9 = -9$
$$\begin{aligned}
&\iff 2(x+1)^2 = 0\\
&\iff (x+1)^2 = 0\\
&\iff x+1 = 0\\
&\iff x = -1.
\end{aligned}$$
L'unique solution de l'équation $g(x) = -9$ est donc $x = -1$.

ii. $g(x) = 7 \iff 2x^2 + 4x - 7 = -7$
$$\begin{aligned}
&\iff 2x^2 + 4x = 0\\
&\iff 2x(x+2) = 0\\
&\iff x = 0 \text{ ou } x+2 = 0\\
&\iff x = 0 \text{ ou } x = -2.
\end{aligned}$$
Les solutions de l'équation $g(x) = -7$ sont donc $x = 0$ et $x = -2$.

iii. $g(x) = 0 \iff \left(x + \frac{3\sqrt{2}+2}{2}\right)\left(2x - 3\sqrt{2} + 2\right) = 0$
$$\begin{aligned}
&\iff x + \frac{3\sqrt{2}+2}{2} = 0 \text{ ou } 2x - 3\sqrt{2} + 2 = 0\\
&\iff x = -\frac{3\sqrt{2}+2}{2} \text{ ou } 2x = 3\sqrt{2} - 2\\
&\iff x = -\frac{3\sqrt{2}+2}{2} \text{ ou } x = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}
\end{aligned}$$
Les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sont donc $x = -\frac{3\sqrt{2}+2}{2}$ et $x = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}$.

■ Corrigé de l'exercice 7. [Retour à l'énoncé de l'exercice]

1 $f(x) = \dfrac{3x-4}{5x-2}$.

- $\mathscr{D}_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{2}{5} \right\}$.
- f est de la forme $\dfrac{u}{v}$ avec :

$u(x) = 3x - 4$ | $v(x) = 5x - 2$
$u'(x) = 3$ | $v'(x) = 5$

Ainsi,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{\left[v(x)\right]^2} \\ &= \frac{3(5x-2) - 5(3x-4)}{(5x-2)^2} \\ &= \frac{15x - 6 - 15x + 20}{(5x-2)^2} \\ \end{aligned}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{14}{(5x-2)^2}}$$

- $f'(x) > 0$ pour tout réel $x \in \mathscr{D}_f$ donc :

x	$-\infty$		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	‖	$\nearrow$	

2 $g(x) = \dfrac{5x-3}{x^2 - x - 2}$.

- Le discriminant de $x^2 - x - 2$ est $\Delta = 9$ et on trouve pour racines $x_1 = 2$ et $x_2 = -1$. Ainsi, $\mathscr{D}_g = \mathbb{R} \setminus \{-1 ; 2\}$.
- f est de la forme $\dfrac{u}{v}$ avec :

$u(x) = 5x - 3$ | $v(x) = x^2 - x - 2$
$u'(x) = 5$ | $v'(x) = 2x - 1$

2 Un algorithme possible est :

Algorithme 4: L'algorithme complété

```
Entrées
   L est une liste de nombres
   N est un nombre entier
   i et j sont des nombres entiers
   a, m, P, M sont des nombres
   indice est un nombre entier
Initialisation
   Entrer L
Traitement
   N prend la valeur Longueur(L)
   Pour i allant de 1 à N
      m prend la valeur L[i]
      indice prend la valeur i
      Pour j allant de i+1 à N
         Si L[j]<m alors
            m prend la valeur L[j]
            indice prend la valeur j
         Fin du Si
      Fin du Pour
      a prend la valeur L[i]
      L[i] prend la valeur L[indice]
      L[indice] prend la valeur a
   Fin du Pour
   P prend la valeur N
   Tant que P>=2
      P prend la valeur P-2
   Fin du Tant que
   Si P=1 alors
      M prend la valeur L[(n+1)/2]
   sinon
      M prend la valeur (L[N/2]+L[N/2+1])/2
   Fin du Si
Sortie
   Afficher L et M
```

■ Corrigé de l'exercice 5.

[Retour à l'énoncé de l'exercice]

1 Notons x la note au devoir coefficient 2. Il faut :

$$\frac{(0,5+2+1)\times 8+2x}{0,5+2+1+2} \geqslant 10$$

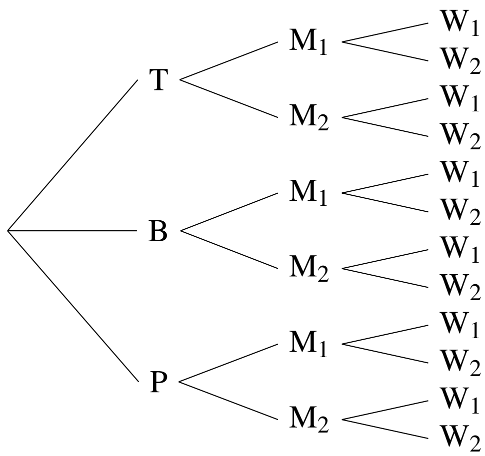
soit :

$$28+2x \geqslant 10\times 5,5.$$

■ Corrigé de l'exercice 1.

[Retour à l'énoncé de l'exercice]

1 Nous avons l'arbre suivant :



Il y a donc 12 configurations possibles.

2 *a.* La probabilité de choisir une tablette est $\frac{1}{3}$.

b. La probabilité de choisir un portable d'une puissance W_1 est $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

c. La probabilité de choisir un ordinateur de bureau de marque M2 est $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

■ Corrigé de l'exercice 2.

[Retour à l'énoncé de l'exercice]

- $P(A) = \frac{24}{49}$ car il y a 24 nombres pairs entre 1 et 49.
- $P(B) = \frac{9}{49}$ car B = {5 ;10 ;15 ;20 ;25 ;30 ;35 ;40 ;45}.
- $P(A \cap B) = \frac{4}{49}$ car $A \cap B = \{10; 20; 30; 40\}$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{24 + 9 - 4}{49} = \frac{29}{49}$.