

Sommaire

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

17 juillet 2017

I	Pourcentages	1
I.1	Taux d'évolution	1
I.2	Évolutions successives	1
I.3	Trouver le nombre	1
I.4	Hausse et baisse successives	1
I.5	Retour à l'état initial, le retour	1
I.6	Taux d'évolution moyen	2
I.7	Taux d'évolution moyen, le retour	2
I.8	Taux d'évolution inverse	2
I.9	Prix de l'essence	2
I.10	Tableau d'indices	2
I.11	Prix du timbre	2
I.12	Indices des loyers	3
II	Le second degré	8
II.1	Forme canonique et lecture graphique	8
II.2	Diverses expressions d'un trinôme du second degré	8
II.3	Racines et factorisation	9
II.4	Inéquations	9
II.5	Intersection de deux paraboles	10
II.6	Factorisation d'un polynôme de degré 3	10
II.7	Polynôme de degré 3	10
II.8	Points d'intersection d'une parabole et d'une droite	11
II.9	Trouver l'équation d'une parabole	11
II.10	Coût de fabrication	11
II.11	Bénéfice et coûts de fabrication	11
II.12	Détermination d'un prix de vente	12
II.13	Somme et produit des deux racines	12
III	Dérivation	26
III.1	Nombre dérivé et équation de tangentes	26
III.2	Lecture graphique de nombres dérivés	26
III.3	Détermination d'une fonction par lecture graphique	27
III.4	Détermination d'une fonction par lecture graphique	28
III.5	Dérivées de référence	28
III.6	Dérivées de fonctions produits et quotient	28
III.7	Sens de variation de fonctions quotients	29

III.8 Variations de fonctions produits	29
III.9 Un problème lié à l'économie	29
III.10 Coût total, marginal et bénéfice	30
IV Suites	46
IV.1 Reconnaître une suite arithmétique et géométrique	46
IV.2 Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique, le retour	46
IV.3 Trouver un terme ou la raison dans une suite arithmétique	47
IV.4 Trouver un terme ou la raison d'une suite géométrique	47
IV.5 Établir une relation de récurrence	47
IV.6 Somme des premiers termes d'une suite arithmétique	48
IV.7 Somme des premiers termes d'une suite géométrique	48
IV.8 Compilation d'exercices	48
IV.9 Le super-héros	49
IV.10 Avec un algorithme (1)	50
IV.11 Avec un algorithme (2)	51
V Statistiques descriptives	66
V.1 Notes de deux classes	66
V.2 Salaires dans deux entreprises	66
V.3 Influence d'un ajout dans une série statistique	67
V.4 Un algorithme	67
V.5 De l'algèbre dans les statistiques	68
VI Variables aléatoires	78
VI.1 Différents ordinateurs	78
VI.2 49 boules dans un urne	78
VI.3 Avec deux dés	79
VI.4 Avec une pièce de monnaie	79
VI.5 Lancer de 3 pièces	79
VI.6 Deux urnes	80
VI.7 Nombre variable de boules	80
VI.8 Avec une urne	81
VI.9 Dans une usine de composants électroniques	81
VI.10 Au lycée à vélo	81
VI.11 Au tennis	82
VII Fluctuation, échantillonnage	90
VII.1 Pièce défectueuse	90
VII.2 Un dé peut-être truqué	90
VII.3 Le médecin de campagne	90
VII.4 Les OVNIS	90
VII.5 Coup de fatigue au centre d'appels	91

■ Exercice 6. Taux d'évolution moyen

★★★★☆ R

Corrigé page 5

On considère deux évolutions successives $t_1\%$ et $t_2\%$.

On appelle *taux d'évolution moyen* le pourcentage $t\%$ tel que, si l'on effectue deux évolutions successives de $t\%$, on obtient la même évolution globale.

Calculer le taux d'évolution moyen lorsque $t_1 = 6\%$ et $t_2 = 10\%$.

■ Exercice 7. Taux d'évolution moyen, le retour

★★★★☆ R

Corrigé page 6

Une grande entreprise souhaite voir le prix de ses prestations augmenter de 30% sur 5 ans.

Les journalistes disent alors que cela fera une augmentation annuelle moyenne de 6%. Ont-ils raison ?

■ Exercice 8. Taux d'évolution inverse

★★★★☆ R

Corrigé page 6

Une valeur subit une évolution de 30%.

Quelle doit être l'évolution suivante pour revenir à la valeur initiale ?

Indices

■ Exercice 9. Prix de l'essence

☆☆☆☆☆ A

Corrigé page 6

En mars 2000, le litre de gazole était vendu dans une station service au prix de 0,65 €. En mars 2001, il y était vendu 0,78 €.

L'indice du prix de litre de gazole est noté I_0 (base 100 en 2000).

Calculer I_0 .

■ Exercice 10. Tableau d'indices

☆☆☆☆☆ A

Corrigé page 6

Compléter le tableau suivant :

Époque	Époque 0	Époque 1	Époque 2
Indice	100	108	
Prix (en €)	3,5		4,10

■ Exercice 11. Prix du timbre

☆☆☆☆☆ A

Corrigé page 6

Le coût d'un timbre poste pour une lettre normale a été de :

1990	1993	1994
0,34 €	0,38 €	0,43 €

On décide d'attribuer l'indice 100 à l'année 1990.

1 Calculer les indices pour les années 1993 et 1994.

2 Quel est le pourcentage d'augmentation de 1994 par rapport à 1990 ?

Le second degré

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

A Exercices d'application du cours

R Exercices de réflexion

👉 Exercice & corrigé relus avec attention pour éviter les erreurs

17 juillet 2017

■ Exercice 1. Forme canonique et lecture graphique

★☆☆☆☆ **A**

Corrigé page 13

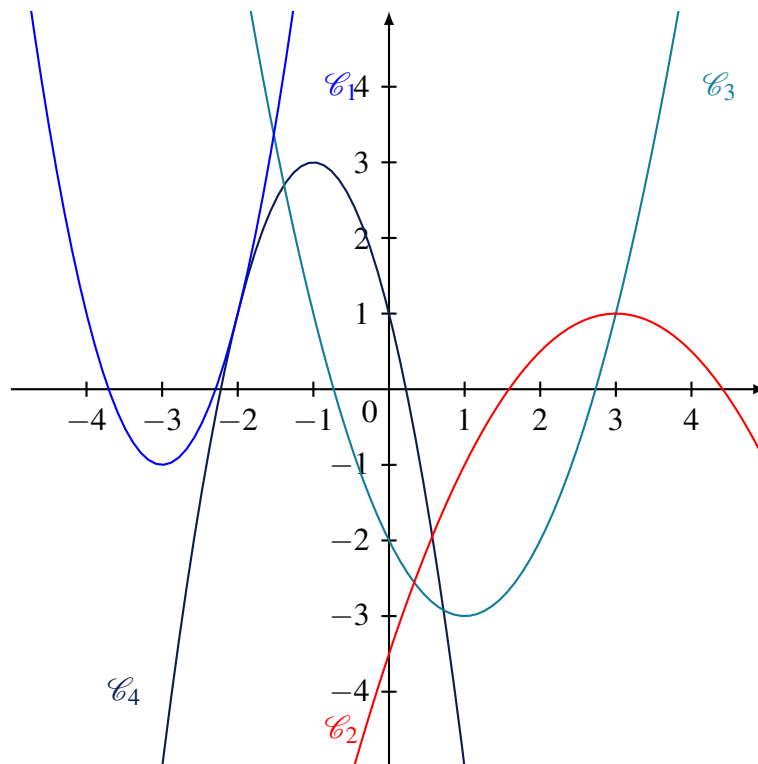
Associer les 4 fonctions suivantes à leur représentation graphique ci-dessous.

$$f(x) = -2(x+1)^2 + 3$$

$$h(x) = 2(x+3)^2 - 1$$

$$g(x) = (x-1)^2 - 3$$

$$j(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$$



■ Exercice 2. Diverses expressions d'un trinôme du second degré

★☆☆☆☆ **A**

Corrigé page 13

1 Soit $f(x) = 9x^2 - 54x + 56$.

a. Montrer que $f(x) = 9(x-3)^2 - 25$.

b. Montrer que $f(x) = (3x-14)(3x-4)$.

$$\begin{aligned}
\text{iii. } f(x) = -25 &\iff 9(x-3)^2 - 25 = -25 \\
&\iff 9(x-3)^2 = 0 \\
&\iff (x-3)^2 = 0 \\
&\iff x-3 = 0 \\
&\iff x = 3.
\end{aligned}$$

L'unique solution de l'équation $f(x) = -25$ est donc $x = 3$.

2 $g(x) = 2x^2 + 4x - 7$.

$$\begin{aligned}
\text{a. } 2(x+1)^2 - 9 &= 2(x^2 + 2x + 1) - 9 \\
&= 2x^2 + 4x + 2 - 9 \\
&= 2x^2 + 4x - 7 \\
&= g(x).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b. } \left(x + \frac{3\sqrt{2}+2}{2}\right)(2x - 3\sqrt{2} + 2) &= 2x^2 + (2 - 3\sqrt{2})x + \frac{3\sqrt{2}+2}{2} \times 2x \\
&\quad + (2 - 3\sqrt{2}) \times \frac{3\sqrt{2}+2}{2} \\
&= 2x^2 + (2 - 3\sqrt{2})x + (2 + 3\sqrt{2})x + \frac{1}{2}[2^2 - (3\sqrt{2})^2] \\
&= 2x^2 + 4x + \frac{1}{2}(4 - 9 \times 2) \\
&= 2x^2 + 4x - 7 \\
&= g(x).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c. i. } g(x) = -9 &\iff 2(x+1)^2 - 9 = -9 \\
&\iff 2(x+1)^2 = 0 \\
&\iff (x+1)^2 = 0 \\
&\iff x+1 = 0 \\
&\iff x = -1.
\end{aligned}$$

L'unique solution de l'équation $g(x) = -9$ est donc $x = -1$.

$$\begin{aligned}
\text{ii. } g(x) = 7 &\iff 2x^2 + 4x - 7 = -7 \\
&\iff 2x^2 + 4x = 0 \\
&\iff 2x(x+2) = 0 \\
&\iff x = 0 \text{ ou } x + 2 = 0 \\
&\iff x = 0 \text{ ou } x = -2.
\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $g(x) = -7$ sont donc $x = 0$ et $x = -2$.

$$\begin{aligned}
\text{iii. } g(x) = 0 &\iff \left(x + \frac{3\sqrt{2}+2}{2}\right)(2x - 3\sqrt{2} + 2) = 0 \\
&\iff x + \frac{3\sqrt{2}+2}{2} = 0 \text{ ou } 2x - 3\sqrt{2} + 2 = 0 \\
&\iff x = -\frac{3\sqrt{2}+2}{2} \text{ ou } 2x = 3\sqrt{2} - 2 \\
&\iff x = -\frac{3\sqrt{2}+2}{2} \text{ ou } x = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}
\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sont donc $x = -\frac{3\sqrt{2}+2}{2}$ et $x = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}$.

1 $f(x) = \frac{3x-4}{5x-2}$.

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{5} \right\}$.
- f est de la forme $\frac{u}{v}$ avec :

$$u(x) = 3x - 4$$

$$v(x) = 5x - 2$$

$$u'(x) = 3$$

$$v'(x) = 5$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2} \\ &= \frac{3(5x-2) - 5(3x-4)}{(5x-2)^2} \\ &= \frac{15x-6-15x+20}{(5x-2)^2} \end{aligned}$$

$$f'(x) = \frac{14}{(5x-2)^2}$$

- $f'(x) > 0$ pour tout réel $x \in \mathcal{D}_f$ donc :

x	$-\infty$	$\frac{2}{5}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	↗		↗

2 $g(x) = \frac{5x-3}{x^2-x-2}$.

- Le discriminant de $x^2 - x - 2$ est $\Delta = 9$ et on trouve pour racines $x_1 = 2$ et $x_2 = -1$.
Ainsi, $\mathcal{D}_g = \mathbb{R} \setminus \{-1 ; 2\}$.
- f est de la forme $\frac{u}{v}$ avec :

$$u(x) = 5x - 3$$

$$v(x) = x^2 - x - 2$$

$$u'(x) = 5$$

$$v'(x) = 2x - 1$$

2 Un algorithme possible est :

Algorithme 4: L'algorithme complété

Entrées

L est une liste de nombres
N est un nombre entier
i et j sont des nombres entiers
a, m, P, M sont des nombres
indice est un nombre entier

Initialisation

Entrer L

Traitement

N prend la valeur Longueur(L)

Pour i allant de 1 à N

 m prend la valeur L[i]

 indice prend la valeur i

Pour j allant de i+1 à N

Si L[j]<m alors

 m prend la valeur L[j]

 indice prend la valeur j

Fin du Si

Fin du Pour

 a prend la valeur L[i]

 L[i] prend la valeur L[indice]

 L[indice] prend la valeur a

Fin du Pour

P prend la valeur N

Tant que P>=2

 P prend la valeur P-2

Fin du Tant que

Si P=1 alors

 M prend la valeur L[(n+1)/2]

sinon

 M prend la valeur (L[N/2]+L[N/2+1])/2

Fin du Si

Sortie

Afficher L et M

■ **Corrigé de l'exercice 5.**

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

1 Notons x la note au devoir coefficient 2. Il faut :

$$\frac{(0,5 + 2 + 1) \times 8 + 2x}{0,5 + 2 + 1 + 2} \geq 10$$

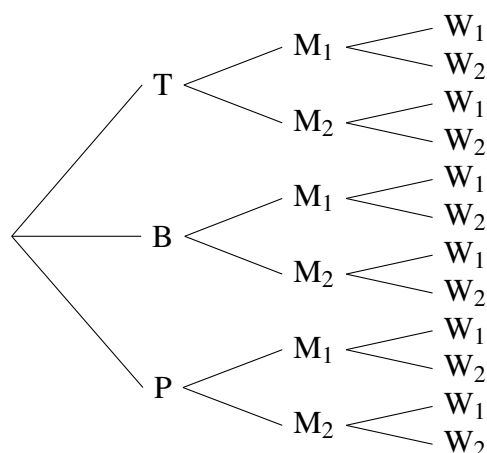
soit :

$$28 + 2x \geq 10 \times 5,5.$$

■ Corrigé de l'exercice 1.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

1 Nous avons l'arbre suivant :



Il y a donc 12 configurations possibles.

2 a. La probabilité de choisir une tablette est $\frac{1}{3}$.

b. La probabilité de choisir un portable d'une puissance W_1 est $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

c. La probabilité de choisir un ordinateur de bureau de marque M_2 est $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

■ Corrigé de l'exercice 2.

[\[Retour à l'énoncé de l'exercice\]](#)

- $P(A) = \frac{24}{49}$ car il y a 24 nombres pairs entre 1 et 49.
- $P(B) = \frac{9}{49}$ car $B = \{5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45\}$.
- $P(A \cap B) = \frac{4}{49}$ car $A \cap B = \{10; 20; 30; 40\}$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{24 + 9 - 4}{49} = \frac{29}{49}$.