

Les probabilités en Terminale S

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

Fiche

par
Stéphane PASQUET

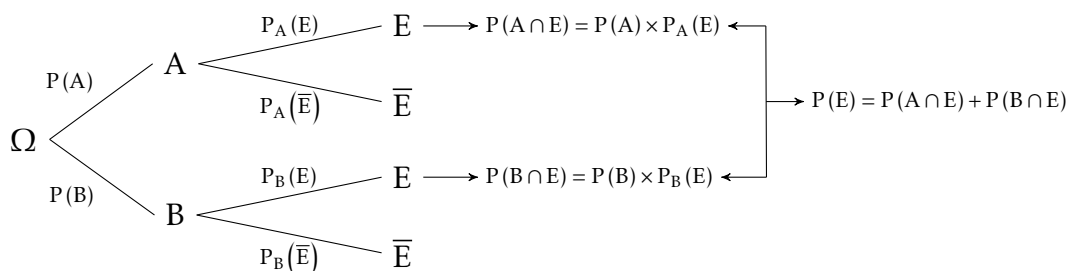
2 juin 2018

1 Formules générales

- $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Si A et B sont indépendants, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

2 Probabilités conditionnelles

- $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ (probabilité de A sachant que B est réalisé)
- A et B sont incompatibles si $P_B(A) = P(A)$
- Arbre schématisant l'ensemble des probabilités utiles :



3 Loi binomiale

- Si une expérience à deux issues seulement (« succès » et « échec ») est répétée de façon indépendante n fois, alors le nombre de succès est une variable aléatoire X suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$, où p est la probabilité d'obtenir un succès lors d'une expérience.
- Si X suit la loi $\mathcal{B}(n; p)$ alors, pour $0 \leq k \leq n$:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad , \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \times (n-k)!}$$

- Si X suit la loi $\mathcal{B}(n; p)$ alors, son espérance mathématique est $\mathbb{E}(X) = np$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$.

4 Loi uniforme

Si X suit la loi uniforme sur $[a; b]$ alors,

- $P(c \leq X \leq d) = \frac{d-c}{b-a}$.
- $\mathbb{E}(X) = \frac{a+b}{2}$.

5 Loi exponentielle

- $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda t} dt = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}$.
- $P(X \leq a) = e^{-\lambda a}$
- $P(X \geq a) = 1 - e^{-\lambda a}$
- $\mathbb{E}(X) = \frac{1}{\lambda}$.
- $P_{(X \geq t)}(X \geq t+h) = P(X \geq h)$ (durée de vie sans vieillissement).

6 Loi normale

- Si X suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$ alors,
 - ★ $P(-1,96 \leq X \leq 1,96) = 0,95$.
 - ★ $P(-2,58 \leq X \leq 2,58) = 0,99$.
- Si X suit la loi $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ alors,
 - ★ $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,68$.
 - ★ $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,95$.
 - ★ $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0,997$.
 - ★ La variable $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi $\mathcal{N}(0;1)$.

$$P(a \leq X \leq b) = P(a \leq \sigma Z + \mu \leq b)$$

$$= P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$
 - ★ Pour calculer $P(X \leq k)$ à la calculatrice :

TI	CASIO
Distrib ► NormalFrep(-10 ⁹⁹ , k, μ, σ) ou ► Normalcdf(-10 ⁹⁹ , k, μ, σ)	Menu STAT ► DIST ► NORM ► Ncd Normal C.D Lower : -1E+99 Upper : k σ : σ μ : μ puis [F1]

- ★ Pour calculer $P(a \leq X \leq b)$ à la calculatrice :

TI	CASIO
Distrib ► NormalFrep(a, b, μ, σ) ou ► Normalcdf(a, b, μ, σ)	Menu STAT ► DIST ► NORM ► Ncd Normal C.D Lower : a Upper : b σ : σ μ : μ puis [F1]

- ★ Pour calculer la valeur de t telle que $P(X \leq t) = p$ à la calculatrice :

TI	CASIO
Distrib ► FracNormale(μ, σ, p)	Menu STAT ► DIST ► NORM ► InvN Inverse Normal Area : p Upper : t σ : σ μ : μ puis [F1]

7 Intervalle de fluctuation asymptotique & de confiance

Si X_n suit la loi $\mathcal{B}(n; p)$, avec $n \geq 30$, $np \geq 5$, $n(1-p) \geq 5$ alors,

- l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% de $\frac{X_n}{n}$ est :

$$\left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right].$$

- l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 99% de $\frac{X_n}{n}$ est :

$$\left[p - 2,58\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 2,58\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right].$$

- Un intervalle de confiance (ou fourchette de sondage) au seuil de 95% est :

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right].$$